Math. P.
104

Math. P. 104

Math. P. 104

Mathes. pura. Arithmet. p. 210.

R

Kurzer Unterricht

in der

Rechenkunst.

Zum Gebrauch

für die Jugend.

Herausgegeben

von

Professor Degen.

Nürnberg

gedruckt mit Bielingschen Schriften.

1789.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Vorrede.

Mit diesen Blättern übergebe ich dem Publicum das zweyte Bändchen der ersten Gründe der nöthigsten und brauchbarsten Wissenschaften für jedermann, von welchem ich wünsche, daß es mit eben dem Beyfall aufgenommen werden möge, welchen das erste erhalten hat. Dieß Bändchen enthält die Rechenkunst, und da keine Wissenschaft so nüzlich und nothwendig ist, als sie, so fand ich auch kein Bedenken, sie allen andern noch abzuhandelnden Wissenschaften vorzuziehen.

Bey den Vortrag derselben habe ich mich bemüht, die so nöthige Mittelstrasse, zwischen der strengen wissenschaftlichen Art des Vortrags, welche ein Leh-

rer beobachten muß, wenn er die Rechenkunst als eine mathematische Wissenschaft abhandelt, und zwischen der den gewöhnlichen so genannten Rechenbüchern gemässige Anleitung, wobey der Lernende nach einer Menge von Regeln, die oft mehr verwirren als belehren, zu rechnen gewöhnt wird, ohne die Gründe davon zu fassen, zu verfolgen, um sie für iedermann nüzlich und brauchbar zu machen. Selbst dieienigen, die sich auf die Mathematik legen wollen, werden darinnen nichts vermissen, was ihnen zu wissen nothwendig ist.

Dem billigen Urtheile der Kenner will ich es übrigens überlassen, ob auch diese Blätter meinem Hauptendzweck, im allgemeinen nüzlich zu seyn, entsprechen werden.

Nürnberg,
den 28 August 1789.

Der Herausgeber.

Inhalt.

Erster Abschnitt: Von der Rechenkunst überhaupts. Seite 1 — 24

Von den Zahlen. §. 1. — 3.

Von der Eintheilung derselben. §. 4.

Von den Zeichen derselben. §. 5.

Vom Numeriren. §. 6.

Vom Aussprechen der Zahlen. §. 7. — 10.

Vom Schreiben derselben. §. 11.

Von den Veränderungen, welche mit den Zahlen vorgenommen werden können. §. 12. und 13.

Von den gewöhnlichen Zeichen in der Mathematik. §. 14.

Von den Eintheilungen der am häufigsten vorkommenden benannten Größen, und ihren Zeichen. §. 14.

Zwey=

Zweyter Abschnitt: Von den vier Rechnungsarten in unbenannten Zahlen. §. 16. und 17. Seite 25. — 56.

Von der Addition. §. 18. — 23.
Von der Subtraction. §. 24. — 30.
Von der Multiplication. §. 31. — 36.
Von der Division. §. 37. — 47.

Dritter Abschnitt: Von den vier Rechnungsarten in benannten Zahlen. §. 48. Seite 57. — 67.

Von der Addition. §. 49.
Von der Subtraction. §. 50.
Von der Multiplication. §. 51.
Von der Division. §. 52.

Vierter Abschnitt: Von den Brüchen und deren vier Rechnungsarten. Seite 68. — 90.

Von der Erklärung der Brüche. §. 53.
Von deren Eintheilung §. 54. — 58.
Von deren Verwandlung. §. 59.
Von deren Aufhebung. §. 60.
Von deren Resolvirung. §. 61.
Von den unter einerley Benennng gebrachten Brüchen. §. 62.

Von

Von der Einrichtung der Brüche. §. 63.
Von deren Reduction. §. 64.
Von den vier Rechnungsarten derselben. §. 65. — 68.

Fünfter Abschnitt: Von den Decimal Brüchen. Seite 91. — 97.
Von den Decimal Brüchen überhaupts. §. 69.
Von den vier Rechnungsarten derselben. §. 70. — — 73.

Sechster Abschnitt: Von den Potenzen. Seite 98. — 111.
Von der Erklärung derselben. §. 74.
Von der Ausziehung der Quadratwurzel. §. 75. — 77.
Von der Ausziehung der Cubicwurzel. §. 78. — 81.

Siebender Abschnitt: Von den Verhältnissen, Proportionen und Progressionen. Seite 112. — 126.
Von den Verhältnissen. §. 82. — 84.
Von den Proportionen. §. 85. — 88.
Von den Progressionen. §. 89. — 93.

Achter

Achter Abschnitt: Von der Regel de Tri überhaupts. §. 94. 95.
Seite 128. — 166.
Von der einfachen Regel de Tri. §. 96. – 101.
Von der zusammengesezten Regel de Tri. §. 102.
Von der Regel von Fünfen, oder de Quinque. §. 103 — 105.
Von der Kettenregel. §. 106. — 108.
Von der Gesellschaftsrechnung. §. 109. — 112.

Von
der Arithmetik
oder
Rechenkunst.

Bayerische Staatsbibliothek München

Erster Abschnitt.

Von der Rechenkunst überhaupts.

§. 1.

Die Arithmetik oder Rechenkunst ist eine Wissenschaft, aus gegebenen Zahlen, und ihren gegebenen Verhältnissen zu gewissen unbekannten Zahlen, die unbekannten Zahlen selbst zu erfinden.

§. 2.

Eine Zahl ist ein Begriff von einer Menge von Dingen, eine Sammlung etlicher Einheiten von einerley Art. Alle Zahlen sind Grössen, weil sie sich vermehren oder vermindern lassen; und daher in der Rechenkunst Zahlen und Größen gleichgeltende Dinge.

§. 3.

Eine Einheit ist diejenige Größe, aus welcher eine Zahl zusammengesezet ist. Z. E. Eine Einheit in 8 Gulden ist 1 Gulden; in 6 Schuhen 1 Schuh; in 9 Pfunden 1 Pfund; in 12 Maaßen 1 Maaß; in jeder unbekannten Zahl ist sie 1. Eine jede Zahl enthält so viel Einheiten, als ihr Name anzeigt.

§. 4.

Die Zahlen werden eingetheilet in ganze und gebrochene Zahlen oder Brüche, und in bekannte und unbekannte Zahlen. Was die ganzen und gebrochenen Zahlen anbetrift, so bestehen die ersten aus Einheiten, deren jede als etwas Ganzes betrachtet wird, die andern aber aus Einheiten, welche man sich als Theile eines Ganzen vorstellet. So ist z. E. fünf Gulden eine ganze Zahl, zwey fünftheil Gulden aber eine gebrochene Zahl oder Bruch, denn man stellt sich dabey nur zwey gleiche Theile vor, deren fünf erst einen ganzen Gulden ausmachen. Was die benannten und unbenannten Zahlen anbetrift, so werden bey den ersten die Dinge, die man zählet, selbst genannt, bey den andern aber nicht. So ist z. E. fünf

Gul-

Gulden eine benannte, fünf aber eine unbenannte Zahl, weil man sich etwas anders darunter vorstellen kan. Auch werden noch überdieß die Zahlen in gerade und ungerade Zahlen eingetheilet. Gerade werden sie genennet, wenn sie sich in zwey gleiche Hälften theilen lassen, deren jede durch ganze Zahlen ausgedruckt werden kan; ungerade, wenn dieses nicht bewerkstelliget werden kan.

§. 5.

Die Zeichen der Zahlen werden Zifern oder schlechthin Zahlen genannt, womit alle möglichen Zahlen ausgedrucket werden, und sind folgende:

1.	2.	3.	4.	5.	6.
Eins,	Zwey,	Drey,	Vier,	Fünf,	Sechs,
7.	8.	9.	0.		
Sieben,	Acht,	Neun,	Null.		

Mit diesen Zeichen werden nicht nur die ersten Zahlen oder Einer, sondern auch die zehner, Hunderter, Tausender, Hunderttausender, Millionen, Billionen und so weiter ausgedruckt. Eine Zifer, welche allein stehet, oder in einer ganzen Reihe die erste Stelle gegen der rechten Hand gegen über einnimmt, bedeutet nur so

viel Einheiten, als ihre Figur anzeiget, und heißet daher **Einer.** Z. E. in folgender Reihe von Zifern 863947 bedeutet die 7 nicht mehr, als sieben Einheiten. Eine Zifer der zwoten Stelle heißt ein **Zehner** und gilt zehenmal so viel, als eine Einheit; hier bedeutet die 4, Vierzig, oder vier mal zehen. Eine Zifer in der dritten Stelle bedeutet wieder zehenmal so viel Einheiten, als in der Zwoten, und heißt ein **Hunderter.** Die 9 in obiger Zahl ist also Neunhundert. Eine Zifer in der vierten Stelle zeigt die **Tausender** an, und bedeutet wieder zehnmal so viel Einheiten, als sie in der dritten Stelle bedeutet haben würde; daher die 3. in obiger Zahl dreytausend bedeutet, die 6. heißt sechzigtausend, und die 8. hunderttausend. Eben so verhält sichs mit allen Zahlen. Eine jede Zifer gilt überhaupts allezeit zehnmal mehr als ihre vorhergehende rechter Hand. Der Werth der Zifern kommt also auf die Stelle an, wo sie stehen. Eine Zifer in der siebenden Stelle bedeutet Millionen oder Tausendmaltausend, in der dreyzehenten Stelle, Billionen, und so weiter. Eine **Null** bedeutet an und für sich, oder wenn sie allein stehet, gar nichts; schreibt man sie aber hinter eine Zifer, als 40, so zeiget die Null an, daß

die vier nicht als ein Einer, sondern als ein Zehner anzusehen sey; folglich nicht vier, sondern zehnmal vier oder vierzig bedeute. Steht die Null einer Zifer vor, so verändert sie deren Werth nicht, als 04, oder 004 ist so viel als 4; sezt man sie an irgend eine in einer Reihe von Zifern fehlende Stelle: so geschiehet dieses, damit die höhern Ordnungen nicht um zehen oder hundertmal geringer werden mögen. Z. E. in der Zahl 8023, vertritt die Null die Stelle der hunderte, und macht die 8 zu tausende, da solche ohne die Null nur hunderte bedeuten würde. In der Zahl 4009 vertritt die Null zur Rechten die zehner, und die andere zur Linken die hunderte.

§. 6.

Numeriren heißt eine mit Zifern geschriebene Zahl mit Worten aussprechen, oder eine ausgesprochene Zahl mit Zifern schreiben.

Im Zählen fängt man von eins an, und zählt bis auf zehen. Hernach sagt man einmal zehn und eins oder eilf, einmal zehn und zwey oder zwölf, und so weiter bis auf zweymal zehn oder zwanzig. Von zwanzig zählt man, zwanzig und eins oder Ein und zwanzig,

zwanzig und zwey oder zwey und zwanzig, u. s. w. bis auf dreymal zehn oder dreysig, und so von dreysig bis auf viermal zehn oder vierzig, von vierzig bis auf fünfmal zehn oder funfzig, von funfzig bis auf sechsmal zehn oder sechzig, von sechzig bis auf siebenmal zehn oder siebenzig, von siebenzig bis auf achtmal zehn oder achtzig, von achtzig bis auf neunmal zehn oder neunzig, und von neunzig bis auf zehnmal zehn, welches alsdann hundert genennet wird. Zehenmal hundert wird Tausend ausgesprochen. Tausendmal tausend heißt eine Million; tausendmal tausend oder eine Million Millionen eine Billion; eine Million Billionen eine Trillion; eine Million Trillion eine Quatrillion, und eine Million Quatrillion eine Quintillion.

§. 7.

Wenn eine Zahl, die mit Zifern geschrieben ist, mit Worten ausgesprochen werden soll, es mag nun die Reihe so groß seyn als sie immer will, so ist es nur nöthig, daß man eine Zahl von drey Zifern aussprechen, und die Fälle von mehr Zifern auf den nemlichen Fall zurückführen lerne.

§. 8.

Um eine Zahl von 3 Zifern zu lesen, und richtig auszusprechen, so merke man, daß auf der ersten Stelle von der rechten Hand angefangen, ein 1 eins, ein 2 zwey, ein 3 drey, ein 4 vier, — ein 9 neun bedeute; daß auf der zweyten Stelle ein 1 zehn, ein 2 zwanzig, ein 3 dreysig, ein 4 vierzig, — ein 9 neunzig gelte; daß auf der dritten Stelle ein 1 einhundert, ein 2 zweyhundert, ein 3 dreyhundert, ein 4 vierhundert, — ein 9 neunhundert, und eine Nulle auf allen Stellen nichts bedeute, sondern die Stellen ausfülle, wo eine von den drey izt gemelden Zifern ausgelassen wird. Beym Leßen einer Zahl von drey Zifern, muß man allezeit zuerst die Hunderter, alsdann die Einer, und zulezt die Zehner aussprechen; in allen Fällen werden die Einer vor den Zehnern gelesen. Z. E. die Zahl 643 heißt Sechshundert drey und vierzig; 408 heißt Vierhundert und acht; und 35 heißt fünf und dreysig.

§. 9.

Ist nun eine größere Reihe von Zahlen auszusprechen, so wird dieselbe entweder durch

besondere Zeichen, Striche und Puncte, oder nur in Gedanken von der Rechten zur Linken in Classen abgetheilet, deren jede sechs Zifern bekommt. In der ersten Classe sind die Einer, Zehner, Hunderte, Tausende, Zehntausende, Hunderttausende; in der zweyten Classe eben diese Einheiten, aber der Millionen, nemlich die Einer der Millionen, die Zehner der Millionen, die Hunderter der Millionen, die Tausende der Millionen, die Zehntausende der Millionen; in der dritten Classe eben diese Einheiten von den Billionen, in der vierten Classe von den Trillionen, und so weiter.

§. 10.

Jede dieser Hauptklassen wird wieder in zwo kleinere Classen eingetheilet, deren jede drey Zifern enthält; die erste Classe linker Hand kan auch weniger Zifern haben. Um eine Reihe von Zifern desto leichter zu lesen, so seze man nach den ersten drey Zifern einen Punct, nemlich von der rechten gegen die linke Hand angefangen, nach den zweyten drey Zifern einen Strich, nach den dritten drey Zifern einen Punct, nach den vierten drey Zifern zween

Striche, und merke, daß die drey Ziefern vor dem ersten Puncte, Tausende, die drey Zifern vor dem Striche Millionen, die drey Zifern vor dem zweyten Puncte tausendfache Millionen, und die drey Zifern vor zween Strichen Billionen sind. Z. E. folgende Reihe von Zifern ist also abzutheilen:

846,,289.466,358.729.

Beym Leßen dieser Zahl fange man von der größten Gattung an, man spreche jede Eintheilung so aus, als ob die drey Zifern allein da wären, und seze bey den Zifern, die vor zween Strichen stehen, das Wort Billion, die vor einem Striche stehen, das Wort Million, und die vor einem Puncte stehen, das Wort Tausend noch hinzu. Obige Zahl wird demnach folgendermassen ausgesprochen: 846,, Billionen 289. tausend 466, Millionen 358. tausend 7 hundert und neun und zwanzig. Und so verhält sichs mit allen Zahlen, oder Reihen von Zifern.

§. 11.

Nach dieser Bestimmung die Zahlen auszusprechen, wird es leicht seyn, eine Reihe

von Ziefern bestimmt zu schreiben. Dieß zu bewerkstelligen, ist es erforderlich, daß man nur für iede Menge von Einheiten der Einer, Zehner, Hunderter, Tausender, u. s. w. die gehörige Zifer in die einer jeden zukommenden Stelle schreibe, und wenn keine Einheiten von einer oder der andern Stelle vorhanden sind, so setze man daselbst die Nulle. Bey einer geringen Uebung wird man bald zu einer Fertigkeit hierinnen gelangen; denn es ist nur nöthig, daß man die Zahl bis auf 999 zu schreiben wisse. Hat man sich hierinnen geübt, so gehe man alsdann in die Tausender, von den Tausender in die Millionen, u. s. w. und mache die oben berührten Zeichen hinzu, so wird man die gröste Zahl auf eine sehr leichte Art schreiben lernen. Eine ganze Reihe von Ziefern, sie sey gleich so groß als sie immer will, kan auch eben so leicht, von der grösten Gattung angefangen, geschrieben werden. Z. E. es müsse die Zahl Vierhundert Billion, dreyhundert und fünf tausend sechshundert und vier und vierzig Millionen, zweymal hunderttausend, siebenhundert und neun und zwanzig geschrieben werden: so seze man zuerst 400 und mache das Zeichen („) dazu, so heißt es vierhun-

dert Billionen; sodann schreibe man 305 und seze das (.) darneben, weil es tausende sind, ferner 644 und weil es Millionen sind das Zeichen (,) dazu; endlich 200 und das (.) weil es wieder tausende sind, und die Einheiten der hunderter, als hier 729 so wird die Zahl also geordnet seyn.

400,,305.644,200.729

Nur muß man sich beym Schreiben einer Zahl vorzüglich hüten, daß man die Einer, welche beym Aussprechen der Zahlen vor den Zehnern, darauf sie folgen sollten, genennet werden, nicht wirklich vor dieselben seze. Z. E. In dem vorigen Exempel wird in den beyden leztern Stellen zur Rechten die 2 eher geschrieben, als die 9, ob man gleich die neun eher ausspricht; denn 92 würde nicht neun und zwanzig, sondern zwey und neunzig heißen.

§. 12.

Eine jede Zahl kan auch vermehret oder vermindert werden. Die Vermehrung geschiehet entweder durch das Addiren und Zusammenziehen; oder durch das Multipliciren und Vervielfältigen. Durch das Addi-

ren, wenn zu einer Zahl eine andere einmal hinzugesezet wird. Z. E. wenn zu 6 die Zahl 3 hinzugesezet wird. Die Zahlen, welche zusammengezogen werden sollen, heißen die **Posten**, die gefundene Zahl aber, welche den Posten zusammen genommen gleich ist, die **Summe**. Z. E. hier sind 6 und 3 die Posten, die Summe aber ist 9. Durch das **Multipliciren**, wenn eine Zahl so oft genommen werden soll, als eine andere Einheiten enthält. Z. E. wenn 9 dreymal genommen werden soll. Die Zahlen, welche vervielfältiget werden sollen, heißen die **Factoren** oder **Vervielfältiger**. Die Zahl, welche durch die Vervielfältigung entsteht, heißt das **Product** oder der **Innhalt**. Z. E. hier sind 9 und 3 die Factoren, 27 aber ist das Product.

§. 13.

Die **Verminderung** einer Zahl geschiehet entweder durch das **Subtrahiren** und **Abziehen**; oder durch das **Dividiren** und **Theilen**. Durch das **Subtrahiren**, wenn von einer Zahl eine kleinere einmal weggenommen wird, z. E. wenn von 15 drey weggenommen wird. Die gefundene Zahl, welche anzeiget, wie viel

von

von der größern Zahl übrig bleibet, heißet die Differenz oder der Rest. Z. E. hier ist der Rest 12. Durch das Dividiren, wenn von einer Zahl eine andere so oft als möglich ist, abgezogen und dadurch gefunden wird, wie vielmal sie in der erstern enthalten sey; z. E. wenn von 15 drey so oft als möglich ist, abgezogen wird, welches fünfmal geschehen kan, daher 3 in 15 fünfmal enthalten seyn muß. Die Zahl, von welcher eine andere auf solche Weise abgezogen werden soll, heißet der Dividendus oder Theilungszahl, die Zahl, welche abgezogen wird, der Divisor oder Theiler, die gefundene Zahl aber, welche anzeiget, wie oft der Theiler in der Theilungszahl enthalten sey, wird der Quotient oder Antheil genennet. So ist z. E. die Zahl 15 der Dividendus, 3 der Divisor, und 5 der Quotient, weil 3 in 15 fünfmal enthalten ist.

§. 14.

Von den Zeichen, deren man sich in der Mathematik der Kürze wegen bedient, und mit vielen Nuzen verknüpfet ist, sind die gewöhnlichsten und hauptsächlichsten folgende:

Das

Das Zeichen der Gleichheit zweyer Zahlen oder Größen ist (=) z. E. 60 Kreuzer = 1 Gulden bedeutet, daß 60 Kreuzer einem Gulden gleich sind, und wird also gelesen: 60 Kreuzer sind gleich 1 Gulden.

Das Zeichen der Addition ist (+) und wird als **und** gelesen. Z. E. $3+4$ bedeutet daß 3 und 4 addiret werden sollen. $3+4=7$ heißt 3 und 4 sind gleich 7.

Das Zeichen der Subtraction ist (÷) und wird durch **weniger** ausgedruckt. Z. E. $6 \div 4$ bedeutet, daß 4 von der 6 abgezogen werden soll, und wird daher $6 \div 4 = 2$ also gelesen: 6 weniger 4 ist gleich 2.

Das Zeichen der Multiplication ist (×) oder (.) und bedeutet **mal**. Z. E. 2×4 oder 2.4, zeigt an, daß beede Zahlen mit einander multiplicirt werden sollen; 2×4 oder $2.4 = 8$ heißt also 2 mal 4 ist gleich 8.

Das Zeichen der Division ist (:) oder man schreibt die Größen als Brüche. Z. E. $8:4$ oder auch $\frac{8}{4}$ bedeudt daß 8 durch 4 dividirt werden soll. Es wird daher $8:4$ oder $\frac{8}{4} = 2$ also gelesen 4 in 8 sind 2.

Die Zeichen der geometrischen Proportion, $3:9 = 5:15$, 3 verhält sich zu 9, wie 5 zu 15.

Die

Das Zeichen der arithmetischen Proportion 5 ∸ 8 = 4 ∸ 7, 5 verhält sich zu 8, wie 4 zu 7.

§. 15.

Bey Rechnungen mit benannten Zahlen ist es auch nothwendig zu wissen, wie viel eine jede Einheit einer benannten Zahl kleinere enthalte: aus diesem Grunde sind zu diesem Gebrauch die Eintheilungen der im gemeinen Leben am häufigsten vorkommenden benannten Größen, so wie sie im Reich am gebräuchlichsten sind, nebst den gewöhnlichsten Zeichen derselben in folgendem Verzeichniß beygefüget worden.

I. Goldmünzen.

Ein Souverain d'Or gilt 15 Gulden. ½ ditto 7 Gulden 30 Kreuzer.

Ein Carolin und französischer Schildlouis d'Or, 11 Gulden. ½ dito 5 Gulden 30 Kreuzer. ¼ dito 2 Gulden 45 Kreuzer.

Ein Louis d'Or 9 Gulden. ½ dito 4 Gulden 30 Kreuzer.

Ein Max d'Or 7 Gulden 20 Kreuzer. ½ dito, wie auch ein Goldgulden 3 Gulden 40 Kreuzer.

Ein Dukaten (Dk.) 5 Gulden. ½ dito 2 Gulden 30 Kreuzer. ¼ dito 1 Gulden 15 Kreuzer.

II. Silbermünzen.

Ein Laubthaler gilt 2 Gulden 45 Kreuzer. $\frac{1}{2}$ dito 1 Gulden 22 $\frac{1}{2}$ Kreuzer.

Ein Conventionsthaler 2 Gulden 24 Kreuzer.

Ein Reichsthaler (Rthl.) 1 Gulden 30 Kreuzer. Im schweren Gelde 1 Gulden 48 Kreuzer.

Ein Conventions Gulden, wie auch französischer Gulden, 1 Gulden 12 Kreuzer, oder 18 Bazen. $\frac{1}{2}$ dito, wie auch eine Mark 36 Kreuzer., oder 9 Bazen.

Ein Gulden rheinisch (fl.) 15 Bazen, oder 20 Groschen, oder 60 Kreuzer. $\frac{1}{2}$ dito 30 Kreuzer.

Ein Zwanzigstück gilt dermalen 6 Bazen, oder 8 Groschen, oder 24 Kreuzer.

Ein Zehenstück 3 Bazen, oder 4 Groschen, oder 12 Kreuzer.

Ein Fünferstück 2 Groschen, oder 6 Kreuzer.

Ein Bazen 4 Kreuzer.

Ein Groschen (Gr.) 3 Kreuzer, oder 2 Schillinge.

Ein Schilling 6 Pfenning.

Ein Kreuzer (Kr.) 4 Pfenninge, oder 8 Heller.

Ein Pfenning (₰) 2 Heller.

III. Kramergewicht.

Ein Centner (C) hält 100 Pfund.
Ein Pfund (℔) hat 32 Loth, oder 16 Unzen.
Ein Loth (Lt.) hat 4 Quintel.
Ein Quintel (Qu.) hält 4 Pfenninggewichte.
Ein Pfenninggewicht (ℌ) 15 Grangewicht.

IV. Apothekergewicht.

Ein Pfund (℔) hat 12 Unzen, oder 24 Loth.
Eine Unze (℥) hält 2 Loth oder 8 Dragmen.
Ein Drachma (ʒ) oder Quintel hat 3 Scrupel.
Ein Scrupel (℈) hält 20 Gran.

V. Goldgewichte.

Ein Pfund (℔) hält 2 Mark.
Eine Mark (Mk.) 24 Karate.
Ein Karat (Kar.) 4 Grane.
Ein Gran (Gr.) 3 Grän.
Eine Unze hält 2 Loth oder 3 Karate.
Ein Loth hat 18 Grän.

VI. Silbergewichte.

Eine Mark Silber (Mk.) hält 16 Loth. ½ dito 8 Loth.
Ein Loth (Lt.) hält 4 Quintel.
Ein Quintel (Qu.) hält 4 Pfenninge.

VII. Zeitmaaß.

Ein gemeines Jahr enthält 52 Wochen und 1 Tag, oder 365 Tage.

Ein Schaltjahr hat 52 Wochen und 2 Tage, oder 365. Tage.

Ein Jahr hat 12 Monate.

Ein Monat hat 30 oder 31 Tage. Der Monat Februar aber hat 28, und ist es ein Schaltjahr 29 Tage.

Eine Woche hat 7 Tage.

Ein Tag hat 24 Stunden.

Eine Stunde hat 60 Minuten.

Eine Minute hat 60 Secunten.

Eine Secunte hat 60 Terzen.

VIII. Baumaaß.

Eine Klafter hält 6 Schuhe.

Ein Cubicklafter ist 6 Schuh lang, 6 Schuh breit und 6 Schuh hoch.

Ein Schuh hat 12 Zolle.

Ein Cubicschuh ist 12 Zoll lang, 12 Zoll breit und 12 Zoll hoch, und enthält also 1728 Zolle.

Ein Zoll hat 12 Linien.

Eine Linie 12 Puncte.

IX. Getraidmaaß.

Ein Simra Getraid ist 4 Viertel oder 8 Achtel.

Ein Sra. Rauefrucht, als Dinkel, Gersten und Habern hat 32 Mezen.

Ein Sra. Hartgetraid, als Korn, Weizen, Kern, Erbsen, Linzen, Heidel, Wicken, Hanf enthält 16 Mezen.

Ein Sra. geneuter Hirß ist 16 Mezen.

Ein Sra. ungeneuter dito ist 26 Mezen.

Ein Mezen hat 8 Diethäuftlein oder 16 Maaß.

Ein Diethl. hat 2 Maaß.

X. Weinmaaß.

Ein Fuder hat 12 Eimer.

Ein Eimer 32 Viertel oder 64 Maaß nach der Visier, nach der Schenk aber 34 Viertel oder 68 Maaß.

Eine Maaß 2 Seidlein, oder vier $\frac{1}{2}$ Seidlein, oder 8 Achtelein.

XI. Längenmaaß.

Eine Ruthe hat entweder 12 gemeine, oder 10 geometrische Schuhe.

Ein gemeiner Schuh zählt 12, der geometrische aber 10 Zolle.

Ein gemeiner Zoll hat 12, der geometrische aber 10 Linien.

Ein Stab hält 2 Ellen.

Eine Elle 4 Viertel oder 3 Drittel.

XII. Flächen und Körpermaaß.

Eine gemeine Quatratruthe enthält 144 gemeiner Quatratschuhe.

Eine Geometrische Quatratruthe hat 100 geometrischer Quatratschuhe.

Ein gemeiner Quatratschuh 144 gemeiner Quatratzolle.

Ein geometrischer Quatratschuh enthält 100 geometrischer Quatratzolle.

Ein Jauchert hält 576 gemeine, oder 480 geometrische Quatratruthen.

Ein Jauchert Waldung hat 500 Quatratruthen.

Ein Quatratklafter hat 36 Quatratschuhe.

Ein Cubicklafter hält 216 Cubicschuhe.

Ein gemeiner Cubicschuh hält 1728 Cubiczolle.

Ein Decimal oder geometrischer Cubicschuh enthält 1000 Cubiczolle.

Der Umkreis eines Cirkuls wird in 360 Grade getheilet.

Ein Grad (°) bestehet aus 60 Minuten.
Eine Minute (′) aus 60 Secunten.
Eine Secunte (″) aus 60 Terzen.

XIII. Eintheilung gewisser unbestimmter Berechnungen.

Ein Schock enthält 60 Stück oder 4 Mandel.
Ein Schilling ist 30 Stuck oder 2 Mandel.
Ein Mandel hat 15 Stück.
Ein Duzend ist 12 Stück.
Ein Dechet hat 10 Stück.
Ein Pack ist 10 Tuch.
Ein Tuch hat 32 Ellen.
Ein Schober Stroh enthält 10 Büschel.
Ein Ballen Druckpapier hat 10 Rieße, oder 200 Bücher, oder 5000 Bogen.
Ein Ballen Schreibpapier 10 Rieße, 200 Bücher, 4800 Bogen.
Ein Rieß Druckpapier 20 Bücher, oder 500 Bogen.
Ein Ries Schreibpapier 20 Bücher, oder 480 Bogen.
Ein Buch Druckpapier hat 25 Bogen.
Ein Buch Schreibpapier aber nur 24 Bogen.

Ein Alphabet in der Druckerey hat 23 Bogen.

Ein Bogen in Folio hat 4, in Quart 8, in Octav 16, in Duodez 24, und in Sexdez 32 Seiten.

Zweyter Abschnitt.

Von den vier Rechnungsarten in ganzen Zahlen.

§. 16.

Da die Arithmetik aus gegebenen Zahlen andere Zahlen erfinden lehret: so müssen bey einer jeden Handlung derselben, die gegebenen Zahlen überhaupts in andere Zahlen verwandelt werden. Der Unterschied aller möglichen Zahlen besteht in der Menge der Einheiten, und die Verwandlung der gegebenen Zahlen in andere kan also nicht anderst geschehen, als durch Veränderung der Menge der Einheiten. Die Menge der Einheiten einer Zahl aber läßt sich überhaupt, wie schon oben gelehret worden, nur auf eine zweyfache Art verändern. Es kan dieses geschehen theils durch die Vermehrung der Einheiten, wenn ich eine Zahl gewisse malen zu sich selbsten hinzuseze, welches im eigentlichen Verstand **vermehren** oder **multipliciren** heißt, oder wenn ich zu einer Zahl eine oder mehrere, grössere oder kleinere Zahlen hinzuthue, welches zuthun oder addiren

genennet wird; theils durch die Verminderung der Einheiten, wenn ich von einer Zahl eine kleinere Zahl entweder nur einmal schlechthin, oder so oft, als möglich ist, von ihr wegnehme, und dabey bemerke, wie oft die kleinere Zahl von ihr hat weggenommen werden können, das erste heißt **abziehen** oder **subtrahiren**, das zweyte, **theilen** oder **dividiren**.

§. 17.

Da man also überhaupt nur auf viererley Art eine unbekannte Zahl finden und verändern kan, so giebt es auch nur vier verschiedene Species oder Rechnungsarten der Arithmetik. Es sind dieselben das **Addiren**, das **Subtrahiren**, das **Multipliciren**, und das **Dividiren**. Viele wollen auch das **Numeriren** als eine Species in der Rechenkunst angesehen wissen, allein es ist darum solches keine Rechnungsart, weil man im Numeriren keine unbekannte Zahl findet.

§. 18.

Vom Zusammenziehen oder Addiren.

Zahlen **zusammenziehen**, **zusammenzählen** oder **addiren**, heißt viele Zahlen von einerley Art durch eine einzige Zahl ausdrucken, oder

oder, aus zwey oder mehrern gegebenen Zahlen, eine andere zu finden, welche so viele Einheiten in sich enthält, die allen gegebenen Zahlen zusammen gleich ist. Die gegebenen Zahlen heißen die Posten, oder die summirenden Zahlen, und die durch die Addition herausgebrachte und gefundene Zahl, die allen gegebenen zusammen genommen gleich ist, die Summa oder das Aggregat.

§. 19.

Bey der Addition ist es ebenfalls nöthig die Summen der 9 einfachen Zahlen vollkommen auswendig zu wissen, um desto ungehinderter im Zusammenzählen fortzukommen, und sich nicht erst lange in Gedanken, oder an den Fingern nach zu zählen aufhalten zu dürfen. Sie sind daher in folgende Tabelle gebracht worden.

Das Eins und Eins.

1 und	1 ist	2	4 und	1 ist	5	7 und	1 ist	8
1	2	3	4	2	6	7	2	9
1	3	4	4	3	7	7	3	10
1	4	5	4	4	8	7	4	11
1	5	6	4	5	9	7	5	12
1	6	7	4	6	10	7	6	13
1	7	8	4	7	11	7	7	14
1	8	9	4	8	12	7	8	15
1	9	10	4	9	13	7	9	16
2 und	1 ist	3	5 und	1 ist	6	8 und	1 ist	9
2	2	4	5	2	7	8	2	10
2	3	5	5	3	8	8	3	11
2	4	6	5	4	9	8	4	12
2	5	7	5	5	10	8	5	13
2	6	8	5	6	11	8	6	14
2	7	9	5	7	12	8	7	15
2	8	10	5	8	13	8	8	16
2	9	11	5	9	14	8	9	17
3 und	1 ist	4	6 und	1 ist	7	9 und	1 ist	10
3	2	5	6	2	8	9	2	11
3	3	6	6	3	9	9	3	12
3	4	7	6	4	10	9	4	13
3	5	8	6	5	11	9	5	14
3	6	9	6	6	12	9	6	15
3	7	10	6	7	13	9	7	16
3	8	11	6	8	14	9	8	17
3	9	12	6	9	15	9	9	18

§. 20.

Wenn nun verschiedene Zahlen zusammengerechnet oder addiret werden sollen, so müssen alle gegebenen Zahlen und Posten dergestalt unter einander gesetzet werden, daß die Einer unter die Einer, die Zehner unter die Zehner, die Hunderte unter die Hunderte und so weiter kommen, unter welche ein Strich gezogen wird. Alsdann werden die Zifern, die unter einander stehen, und zwar zuerst die Einer, hernach die Zehner, alsdann die Hunderte u. s. w. zusammen gezählet, und die Summa unter den Strich gesezet. Hat die Summa der Einer, mit welchen man zu erst anfängt, mehr, als eine Zifer, so schreibt man nur die Einer hin, behält die andern im Sinne, und zählt solche zu den Zehnern dazu. Und so verfährt man mit allen folgenden Reihen, bis auf die lezte Reihe, wo alles hingeschrieben und nichts mehr aufgehoben wird.

§. 21.

Es sollen z. E. folgende Zahlen, welche sogleich gehörig geordnet und unter einander gesezet sind, zusammen gezogen, oder addiret werden:

	980343
	9557
	324
	8253
	74136
Summa	1072613

so fångt man demnach bey den Einern an, und sagt: 6 und 3 ist 9, und 4 macht 13, und 7 macht 20, und 3 macht 23. Von diesen herausgebrachten 23 Einheiten schreibe ich die 3 unter die Reihe der Einer, und behalte die 2 im Sinn, welche Zehner sind, und zu den folgenden Zehnern gehören. Nun geht man zu der Reihe der Zehner und sagt: 2 im Sinn, welche man von den Einer mit zu nehmen hat, und 3 macht 5, und 5 macht 10, und 2 macht 12, und 5 macht 17, und 4 macht 21. Hiervon sezt man wieder nur die 1 unter die Zehner, und behålt 2 im Sinne fůr die folgende Reihe und so weiter bis auf die lezte Reihe, deren herausgekommene Zahl 10 ganz hingesezt wird weil nichts mehr folget. Die Summa aller dieser Zahlen wåre also 1072613.

§. 22.

Die beste Probe, ob man richtig addiret habe, ist diese, daß man das gegebene Exem-

pel öfters, sonderlich zu verschiedenen Zeiten addiret, oder von jemand anders nachrechnen lässet. Kommt nun allemal dieselbe Summa heraus, so kan man versichert seyn, daß man richtig gerechnet habe. Es giebt zwar noch eine Probe der Addition, die aber sehr weitläuftig ist, und worinnen eben so leicht, als in der Addition selbst, gefehlet werden kan. Z. E. es sollte über obiges Exempel eine Probe gemacht werden, welches vermittels der Subtraction geschiehet, so sezt man die Summa aller gegebenen Posten oben an, und ziehet den ersten Posten davon ab. Von der herauskommenden Summa ziehet man den zweyten Posten ab, und so weiter; bis sich zulezt die Zahlen einander gleich sind.

§. 23.

Bey einem Exempel der Addition, wo die Reihe der Einheiten über hundert Einheiten betragen sollte, z. E. 123 Einer, so sezt man nur die 3 wieder unter die Einer, und nimmt oder zählt die 12, welche Zehner sind, zu den Zehnern, und verführt alsdann, wie schon oben gelehret worden. Es bleibt zwar 1 Hundert und 2 Zehner übrig: allein, weil

1 hundert 10 Zehner enthält, so kan man 1 hundert und 2 Zehner als 12 Zehner betrachten.

§. 24.

Vom Abziehen oder Subtrahiren.

Eine Zahl von der andern abziehen oder subtrahiren, heißt eine Zahl um so viel verkleinern, als die andere Einheiten hat, oder, aus zweyen gegebenen Zahlen eine dritte finden, welche mit den abzuziehenden zusammen genommen, der andern gegebenen gleich ist. Die Zahl, die man bey der Subtraction wegnimmt, wird der Subtrahend, und die Zahl, von der man die andere abzieht, der Minuend genennet, die Zahl aber, welche nach geschehener Subtraction übrig bleibt heißt der Rest, der Unterschied oder Differenz.

§. 25.

Wenn nun wiederum 2 Zahlen wirklich von einander sollen abgezogen werden, so kan dieses abermal durch Abzählung der Einheiten entweder an den Fingern oder durch Striche auf einer Tafel geschehen. Allein dieses würde

zu weitläuftig seyn, man übe sich daher lieber, um geschwinder zu subtrahiren, den Unterschied einer jeden einfachen Zahl und einer jeden Zahl unter 19, z. E. von 9 und 18 aus dem dem Kopfe anzugeben, und mache sich folgende Tabelle, welche zu dem Ende beygefüget worden, bekannt.

Das Eins von Eins.

1 von	1 bleibt	0	3 von	3 bleibt	0	5 von	5 bleibt	0
1	2	1	3	4	1	5	6	1
1	3	2	3	5	2	5	7	2
1	4	3	3	6	3	5	8	3
1	5	4	3	7	4	5	9	4
1	6	5	3	8	5	5	10	5
1	7	6	3	9	6	5	11	6
1	8	7	3	10	7	5	12	7
1	9	8	3	11	8	5	13	8
1	10	9	3	12	9	5	14	9
2 von	2 bleibt	0	4 von	4 bleibt	0	6 von	6 bleibt	0
2	3	1	4	5	1	6	7	1
2	4	2	4	6	2	6	8	2
2	5	3	4	7	3	6	9	3
2	6	4	4	8	4	6	10	4
2	7	5	4	9	5	6	11	5
2	8	6	4	10	6	6	12	6
2	9	7	4	11	7	6	13	7
2	10	8	4	12	8	6	14	8
2	11	9	4	13	9	6	15	9

7 von	7 bleibt	0	8 von	8 bleibt	0	9 von	9 bleibt	0
7	8	1	8	9	1	9	10	1
7	9	2	8	10	2	9	11	2
7	10	3	8	11	3	9	12	3
7	11	4	8	12	4	9	13	4
7	12	5	8	13	5	9	14	5
7	13	6	8	14	6	9	15	6
7	14	7	8	15	7	9	16	7
7	15	8	8	16	8	9	17	8
7	16	9	8	17	9	9	18	9

§. 26.

Bey der Subtraction werden nach eben den Gründen, wie bey der Addition, beede gegebene Zahlen also unter einander gesezet, daß die Zifern von einerley Ordnung gerade unter einander kommen, nemlich die Einer unter die Einer, die Zehner unter die Zehner, und so weiter, unter beyde Reihen aber wird ein Strich gemacht. Z. E.

Minuend.	4856	8·3·4·6	5·0·0·62·0·4
Subtrahend.	3625	4578	4547126
Rest.	1231	3768	459078

§. 27.

Sind die Zahlen wie hier geordnet und der Strich gemacht worden, so werden die Einheiten der Einer in der abzuziehenden Zahl von

der

den Einheiten der Einer in der andern Zahl abgezogen, und der Rest unter den Strich unter die Einer, oder in die erste Stelle gesezet. Die Zehner, Hunderter, Tausender u. s. w. werden allezeit wie Einer angesehen, und mit ihnen eben so verfahren, nur daß alsdann der Rest allemahl in die zweyte, dritte, vierte u. s. w. Stelle gesezet wird. Z. E. es soll nach obigen ersten Exempel 3625 von 4856 abgezogen werden, so geschiehet solches auf folgende Art, man sagt: 5 von 6 läßt 1 übrig, oder bleibt 1, welches man unter den Strich und zwar an die erste Stelle unter die Einheiten, weil es Einheiten sind, hinschreibt. Nun geht man zu den Zehnern und sagt: 2 von 5 bleibt 3, und wird unter die Zehner an die zweyte Stelle gesezt. 6 von 8 bleibt 2, und 3 von 4 bleibt 1, welche wieder an ihre gehörigen Stellen geschrieben werden. Der Rest oder der Unterschied von beeden Zahlen, ist also 1231.

§. 28.

Auch hier geht es nicht allemal an, daß sich jede der untersten Zifern von der obersten so schlechterdings abziehen lasse, weil oft eine der obersten Zifern kleiner ist, als die unter

ihr stehende, wie aus dem oben angeführten zweyten Exempel zu ersehen ist. Die Verfahrungsart dabey ist folgende: Man nimmt allezeit von der nächst höhern Stelle der Zahl, wovon die Subtraction geschieht, eine Einheit hinweg, wenn der Minuend kleiner, als der Subtrahend, wie hier der Fall, ist. Hier sollen 8 von 6 abgezogen werden, von 6 kan man aber nicht 8 abziehen, folglich borgt man von 4 als der folgenden Zifer 1, dieses geborgte 1 ist nun ein Zehner und gilt also 10 Einheiten, diese 10 werden in Gedanken zu der 6 zugerechnet, und nun subtrahirt man nicht 8 von 6, sondern 8 von 16, wo alsdann 8 bleibt, welche man unter den Strich sezt. In der Stelle der Zehner ist also schon von der 4 geborgt, daher gilt sie nur 3, nun sollen aber 7 davon subtrahirt werden, also wird wieder von der folgenden Zifer 1 geborgt, diese 1, ob sie gleich von den hunderten geborgt ist, bedeutet doch nicht mehr, als 10, weil solche zu den Zehnern entlehnet wird, und 1 hundert 10 Zehner hat, und man sagt also 7 von 13 bleibt 6, welche an die zweyte Stelle geschrieben wird; eben so verfährt man bis zu Ende. Stellt man sich nun unter der bey der nächsten Zifer geborgten Zahl, eine

ne Einheit oder 1 vor, so sieht man leicht, daß ·6, 16, ·3, 13, u. s. w. bedeute. Jede Zahl, von welcher man borgt, bemerkt man oben mit einem Puncte, wodurch aber die bemerkte Zahl, wie schon gesagt worden um 1 geringer wird.

§. 29.

Wenn endlich in der obern Reihe von Ziffern in der Stelle, wo man eine Einheit leihen soll, eine Nulle, oder wohl gar in mehrern Stellen Nullen stehen, wie oben bey den dritten Exempel, so gehe man so weit vorwärts, bis man eine Zahl antrift, wovon man eins leihen kan; alsdann aber werden alle Nullen in Neune verwandelt. Die Nulle aber, wo kein Punct steht, bedeutet zehn. Die weitere Ausführung dieser Fälle halte ich für unnöthig, weil eben alle diese Fälle im obigen dritten Exempel vorkommen, und sich aus vorigen Exempeln leicht einsehen lassen.

§. 30.

Durch diese Rechnungsart findet man den Unterschied der Zahlen einer jeden Stelle von den gegebenen Zahlen, mithin den ganzen Unterschied der beyden Zahlen ganz richtig. Die Probe, bey dieser Art zu rechnen, ob man nemlich

den richtigen Rest bekommen habe, geschiehet bloß durch die Addition des Restes, und der abgezogenen Zahl, und wenn die Summa dem Minuenden wieder gleich ist, so hat man richtig verfahren. Z. E. In den obigen ersten Exempel ist der Minuend 4856, der Subtrahend 3625, und der Rest 1231, will ich nun die Probe hierüber machen, so addire ich zu 3625 als den Subtrahenden, den Rest 1231, wo sich alsdann die Summa 4856 wieder findet.

§. 31.

Vom Vervielfältigen oder Multipliciren.

Eine Zahl zu sich selbst zählen, heist vervielfältigen und multipliciren, oder: aus zweyen gegebenen Zahlen eine dritte finden, welche die eine gegebene Zahl so oft in sich enthält, als in der andern Einheiten sind. Die beeden Zahlen, welche mit einander multipliciret werden, pflegen die Vervielfältiger oder Factores genennt zu werden, die gefundene Zahl aber heist der Inhalt, das Product oder das Factum.

§. 32.

Auch bey dieser Rechnungsart ist es nöthig, und wird voraus gesezt, daß man alle Producte der 9 einfachen Zahlen, auswendig wisse; man muß daher diese sich ebenfalls wohl bekannt machen, und ganz auswendig lernen. Hiezu dient denn folgende Tabelle, welche bekanntermassen das Ein mal eins, oder von seinem Erfinder Pythagoras, die Pythagorische Tabelle genennet wird.

Das

Das Ein mal Eins.

1 mal	2 ist	2	1 mal	5 ist	5	1 mal	8 ist	8
2	2	4	2	5	10	2	8	16
3	2	6	3	5	15	3	8	24
4	2	8	4	5	20	4	8	32
5	2	10	5	5	25	5	8	40
6	2	12	6	5	30	6	8	48
7	2	14	7	5	35	7	8	56
8	2	16	8	5	40	8	8	64
9	2	18	9	5	45	9	8	72
1 mal	3 ist	3	1 mal	6 ist	6	1 mal	9 ist	9
2	3	6	2	6	12	2	9	18
3	3	9	3	6	18	3	9	27
4	3	12	4	6	24	4	9	36
5	3	15	5	6	30	5	9	45
6	3	18	6	6	36	6	9	54
7	3	21	7	6	42	7	9	63
8	3	24	8	6	48	8	9	72
9	3	27	9	6	54	9	9	81
1 mal	4 ist	4	1 mal	7 ist	7	1 mal	10 ist	10
2	4	8	2	7	14	2	10	20
3	4	12	3	7	21	3	10	30
4	4	16	4	7	28	4	10	40
5	4	20	5	7	35	5	10	50
6	4	24	6	7	42	6	10	60
7	4	28	7	7	49	7	10	70
8	4	32	8	7	56	8	10	80
9	4	36	9	7	63	9	10	90

[10 mal 10 ist 100 | 10 mal 100 ist 1000]

§. 33.

Bey dem Multipliciren ist es abermals eine Hauptregel, daß man die Zahl, welche anzeiget, wie oft die andre genommen werden soll, so unter die andre schreibe, daß, wie bey der Addition und Subtraction, Einheiten unter Einheiten, Zehner unter Zehner, u. s. w. zu stehen kommen. Besteht die untere Zahl, womit multipliciret werden soll, nur aus einer Zifer, so multiplicire man erstens die Einheiten der obern Zahl, hernach die Zehner, u. s. w. mit der untern Zahl. Der Inhalt wird jedesmals, nach dem man einen Strich unter beede Zahlen gemacht hat, an seine gehörige Stelle unter denselben gesezet. Z. E.

	24634
	2
Product.	49268

In diesem Fall suche man zu erst das Product der einen Zahl und des Einers der andern, und sage: 2 mal 4 ist 8, das Product 8 wird unter den Strich in die Stelle der Einer gesezt. Alsdann suche man auf eben die Art gleichfalls das Product der einen Zahl und des Zehners, des Hunderters, des Tausenders u. s. w. nach einander und seze nur

die

die Producte in die Stelle der Zehner, Hunderter, Tausender, u. s. w. Wenn aber ein Product von irgend einer Stelle, Einheiten der nächsthöhern Stelle heraus kommen, so addire man selbige jedesmal sogleich zu dem Product der nächsthöhern Stelle. Z. E. im obigen Exempel ist das Product der dritten Zifer in der obern Zahl 12, weil 2 mal 6, 12 macht. Von diesem Product wird die 2 in ihre gehörige Stelle gesezet, 1 aber im Sinne behalten, und zu dem Product der nächsthöhern Stelle, als hier 8, dazu addirt, die Summa 9 aber wieder in die ihr zukommende Stelle geschrieben. Auf diese Weise erhält man das ganze Product der beyden gegebenen Zahlen ganz richtig.

§. 34.

Wenn dieienige Zahl, mit welcher multipliciret werden soll, mehrere Zifern enthalten sollte: so wird das Product aus der Zifer der niedrigsten Ordnung unter den Strich gesezet, nach dem vorigen Falle. Sodann gehe man zu den Zehner des Multiplicators, betrachte solchen als einen Einer, und suche eben so dessen Product in der ganzen oberen Reihe, welches gleichfalls unter den Strich geschrie-

ben wird, aber so, daß die niedrigste Zifer dieses Products gerade unter die andere Zifer oder Zehner des Multiplicatores, daraus es entstanden ist, komme. Eben so verfahre man mit den Hunderten, Tauseuden, und so weiter, nach bewandten Umständen. Endlich werden alle diese Producte in Summe, vermittelst der Addition, gebracht, welche das gesuchte ganze Product giebt. Z. E.

```
           6453289
              2342
          --------
          12906578
         25813156
        19359867
       12906578
       -----------
Product. 15113602838
```

§. 35.

Wenn eine gegebene Zahl mit 10, 100, 1000, 10000, und so weiter, zu multipliciren ist, so werden bloß die Nullen an die Einheiten der gegebenen Zahl, welche multiplicirt werden soll, angehängt, z. E. Es soll mit 1000 die Zahl 346 multiplicirt werden, so hängt man nur die drey Nullen des Multiplicators an die zu multiplicirende

Zahl

Zahl 346, welche alsdann so aussieht 346000, und zugleich das ganze Product ist. Wenn also Nullen bey einem oder dem andern Facto, oder bey beyden vorkommen, so dürfen selbige nur zusammen addiret und dem Product der übrigen Zahlen nach einander angehängt werden. Kommen aber Nullen in der Mitte des Multipeicators vor, so übergeht man selbige im multipliciren, und die nächstfolgende Reihe wird nur um so viele Stellen weiter eingerückt, als Nullen im Multiplicator auf einander folgen. Z. E.

```
    452           38400
    46000         23000
  ---------     ---------
    2712000       115200000
   1808           768
  ---------     ---------
   20792000       883200000

         5624
          206
       -------
        33744
       11248
       -------
       1158544
```

§. 36.

Die Probe der Multiplication, ob man nemlich das Product richtig gefunden habe, fließt gleichfalls aus der Multiplication selbst, und geschieht blos durch die Theilung des Products mit dem Multiplicator, wie weiter unten erläutert werden wird.

§. 37.

Vom Theilen oder Dividiren.

Eine Zahl theilen oder dividiren heist: einen verlangten Theil von dieser Zahl suchen, oder, aus zweyen gegebenen Zahlen eine dritte finden, welche anzeigt, wie oft die eine gegebene Zahl in der andern enthalten ist. Die Zahl, die auf gleiche Theile getheilet, und dividiret werden soll, heißt der Dividendus oder Theilungszahl, die Zahl, durch welche dividirt wird, der Divisor oder Theiler, und die Zahl, welche gefunden wird, der Quotient oder der Antheil.

§. 38.

Die Division ist im Grunde nichts anders, als eine oft widerhohlte Subtraction, und man kan auch würklich in kleinen Zahlen die Division durch öfteres subtrahiren leicht verrichten. Bey großen Zahlen aber würde dieses Verfahren abermal viel zu weitläuftig und oft gar nicht auszuüben seyn; man hat daher auch eine geschwindere Art ausfindig gemacht, zu der man aber doch überhaupts anzugeben wissen muß, wie oft eine jede einfache Zahl, in einer jeden einfachen und in einer jeden aus zwey Zifern bestehenden Zahl, als zum Exempel 3 in 6, oder 3 in 12, oder 9 in 45, und so weiter enthalten sey. Eine Bekanntmachung, und das Auswendiglernen folgender Tabelle wird hiezu vollkomen hinlänglich seyn.

Das

Das Eins in Eins.

1 in	1	ist	1	4 in	4	ist	1	7 in	7	ist	1
1	2		2	4	8		2	7	14		2
1	3		3	4	12		3	7	21		3
1	4		4	4	16		4	7	28		4
1	5		5	4	20		5	7	35		5
1	6		6	4	24		6	7	42		6
1	7		7	4	28		7	7	49		7
1	8		8	4	32		8	7	56		8
1	9		9	4	36		9	7	63		9

2 in	2	ist	1	5 in	5	ist	1	8 in	8	ist	1
2	4		2	5	10		2	8	16		2
2	6		3	5	15		3	8	24		3
2	8		4	5	20		4	8	32		4
2	10		5	5	25		5	8	40		5
2	12		6	5	30		6	8	48		6
2	14		7	5	35		7	8	56		7
2	16		8	5	40		8	8	64		8
2	18		9	5	45		9	8	72		9

3 in	3	ist	1	6 in	6	ist	1	9 in	9	ist	1
3	6		2	6	12		2	9	18		2
3	9		3	6	18		3	9	27		3
3	12		4	6	24		4	9	36		4
3	15		5	6	30		5	9	45		5
3	18		6	6	36		6	9	54		6
3	21		7	6	42		7	9	63		7
3	24		8	6	48		8	9	72		8
3	27		9	6	54		9	9	81		9

§. 39.

Bey der Division kommen ebenfalls, wie bey der Multiplication zwey Hauptfälle vor: entweder der Divisor hat nur eine Zifer, und also nur einen Einer, oder, zwey oder mehrere Zifern, oder er besteht nicht nur aus einem Einer, sondern auch aus Zehnern, Hunderten, Tausenden und so weiter.

§. 40.

Wenn der Divisor nur eine Zifer hat: so wird zu erst gesuchet, wie vielmal der Divisor in der ersten, oder wenn diese kleiner ist, in den beyden erstern Zifern des Dividendus von der Linken zur Rechten enthalten sey. Diese gefundene Zahl, welche der erste Theil des Quotienten ist, wird hinter einen rechter Hand gemachten Strich neben den Dividendus, das Product aber aus dem gefundenen Quotienten und dem Divisor unter die erste oder beeden ersten Zifern des Dividendus geschrieben und von solchen abgezogen. Hierauf wird die Zifer der nächst niedrigern Ordnung im Dividendus neben dem Rest, wenn einer da ist, geschrieben, oder heruntergesezt, und aufs neue gesuchet, wie vielmal der Divisor in dieser

Zahl

Zahl enthalten sey, und der Quotient wieder hinter den Strich rechter Hand neben dem vorigen Quotienten geschrieben. Das vermittelst der Multiplication gefundene Product des Divisors und des neuen Quotienten wird hier wieder, wie vorher abgezogen. Auf diese Weise verfährt man bey allen Stellen der zu dividirenden Zahl. Alle einzelne Theile des Quotienten hinter dem Strich zusammen genommen, geben den gesuchten ganzen Quotienten. Z. E. Es soll die Zahl 4674 durch 3 dividirt werden, so ist die Verfahrungsart dabey folgende:

```
3 | 4674 | 1558
  | 3:::
  -----
    16::
    15::
    ----
     17:
     15:
     ---
      24
      24
      --
      00
```

Hier ist der Quotient 1558 also gefunden worden: 3 ist in 4 einmal enthalten, denn 1 mal 3 ist 3, welches 1 weniger ist als 4. Diese

Diese 1 ist als der erste Theil des Quotienten hinter den Strich, das Product 3 aus dem 1 in den Divisor aber unter die 4 geschrieben, und von derselben abgezogen worden, der Rest davon war 1, welcher unter den Strich gesezet, und neben demselben die folgende Zifer des Dividendus, nemlich 6 geschrieben worden ist, die mit dem Rest 1 zusammen 16 machet. In dieser ist der Divisor fünfmal enthalten, denn 3 mal 5 ist 15; folglich ist die 5 wieder hinter den Strich neben 1, das Product 15 aber unter die 16 gesezet worden. Der Rest hievon war wieder 1, wozu die folgende Zifer des Dividendus 7 kam, und auf die nemlich vorhergehende Art damit verfahren wurde. Endlich wurde auch die 4 zu den lezten Rest 2 herunter gesezet, welche mit demselben 24 macht. In 24 aber ist der Divisor 3, achtmal enthalten, folglich ist der ganze Quotient 1558,

§. 41.

Im zweyten Fall, wenn der Divisor aus mehr, als aus einer Zifer, oder nicht nur aus Einern, sondern auch aus Zehnern, u. s. w. bestehet, vergleichet man den ganzen Divisor, auf eben die Art, wie bey den ersten Fall, mit

eben so viel Zifern der zu dividirenden Zahl, als der Divisor selbst enthält, und untersuchet, wie oft der Divisor in diesen Zahlen enthalten sey. Ehe man zu einer Fertigkeit hierinnen gelangt, indem es schwer fällt, dieses sogleich zu wissen: so kann man nur anfänglich suchen, wie wielmal die erste Zifer des Divisors in der ersten oder den beyden ersten Zifern des Dividendus enthalten sey, die gefundene Zahl wird hier wieder hinter den Strich gesezet. Hierauf multiplicire man mit diesen gefundenen ersten Theil des Quotienten den ganzen Divisor, und subtrahirt das Product derselben von den ersten Zifern des Dividendus. Läßt sich aber dieses Product von den gehörigen Zifern nicht abziehen, so ist der Quotient zu groß, und muß immer um eines so lange vermindert werden, bis das Product von der zu dividirenden Zahl abgezogen werden kan, und alsdann verfahre man mit den Rest und allen folgenden Stellen, wie bey dem ersten Falle gelehret worden ist. Z. E.

```
24|3'2976|1374
  |24:::
  ------
    89::
    72::
   -----
    177:
    168:
   -----
      96
      96
   -----
      00
```

```
423|9'36251|2213
   |846:::
   -------
    9'0'2::
    846::
   -------
     565:
     423:
   -------
     14'2'1
     1269
   -------
     (152
```

Im ersten Exempel ist also hier der Quotient 1374 gefunden worden: 2 als die erste Zifer des Divisors ist in 3 als der ersten Zifer des Dividendus einmal enthalten, folglich ist 1 hinter den Strich, und das Product nemlich 24 unter die zwey ersten Zifern des Dividendus 32 geschrieben, und davon abgezogen

worden. Nach Abzug dieses Products blieb der Rest 8, zu welchem die folgende Zifer des Dividendus 9 geschrieben und damit nach voriger Art gehandelt worden, u. s. w. Wenn nach der Subtraction noch ein Rest, als wie hier bey den zweyten Exempel 152, bleibet, mithin der Divisor in den Dividendus nicht ganz aufgehet, so wird solcher Rest besonders durch ein Einklammern bemerkt.

§. 42.

Wenn bey der Division die nächste Zifer schon herunter gesezt ist, und der Divisor dennoch nicht abgezogen werden kan: so sezt man dafür eine Nulle in den Quotienten, und nimmt noch eine Zifer von dem Dividendus. Z. E.

```
32 | 34368 ] 1074
   | 32::  [
   -----
     236
     224
     ----
      128
      128
     -----
      000
```

§. 43.

Wenn eine Zahl mit 10, 100, 1000 und so weiter zu dividiren ist, so darf man nur von der gegebenen zu dividirenden Zahl, von der rechten Hand angefangen, so viele Zifern abschneiden, als der Divisor Nullen hat. Die übrigen Zifern sind als der Quotient selbst zu betrachten. Z. E.

10	14(2	14
	2	bleibt übrig.

100	39(48	
	48	bleibt übrig.

§. 44.

Wenn so wohl der Divisor als Dividendus am Ende Nullen hat, so sind die Nullen, wenn sie beyde eine gleiche Anzahl von Nullen haben, für nichts zu achten, und man verfährt damit, als ob die Nullen gar nicht da wären, ausserdem werden nur von beyden gleich viele weggestrichen.. Z. E.

32(00	64(00	2
	64	
	00	

24(00	720(00	30
	72:	
	0	

§. 45.

Eine noch geschwindere Art der Division, zu der man bey einiger erworbener Fertigkeit der oben erwähnten Art zu rechnen leicht gelangen kan, ist, wenn man sich gewöhnet, das Product der Multiplication des Divisors mit dem Quotienten nicht erst anzuschreiben, sondern jede Zifer desselben gleich da abzuziehen, wenn sie durch die Multiplication heraus gebracht ist. Z. E.

```
42|27924|664
  | 272 :
     2'0'4
    (3 6
```

Hier ist der erste Theil des Quotienten 6, mit dieser Zifer muß ich den Divisor multipliciren, und sollte nach obiger Art das Product desselben unter die ersten Zifern des Dividendus sezen, und von selbigen subtrahiren, allein hier verfahre ich folgendermassen, und sage: 2 mal 6 ist 12, 2 von 9 bleibt 7; 4 mal 6 ist 24, und 1 ist 25, 5 von 7 bleibt 2, 2 von 2 geht auf, u. s. w.

§. 46.

Die Probe, ob man richtig dividiret habe, besteht bloß in der Multiplication, nemlich, daß der ganze Quotient mit dem Divisor multiplicirt werde, das Product hievon muß, wenn recht verfahren worden ist, dem Dividendus vollkommen gleich seyn.

§. 47.

Exempel zur Uebung nebst der Probe in den vier Rechnungsarten.

Addition.

Exempel.

```
643256
  4284
 32038
 93641
------
773219
```

Probe.

```
773219
643256
------
129963
  4284
------
125679
 32038
------
 93641
 93641
------
     0
```

Subtraction.

Exempel.	Probe.
4826835	1092193
2734642	2734642
2092193	4826835

Multiplication.

Exempel.

```
   6423
    324
  -----
  25692
 12846:
19269::
-------
2081052
```

Probe.

```
324|2081052|6423
   |1944:::
    -----
     1370::
     1296::
     ------
       745:
       648:
       ----
        972
        972
        ---
          0
```

Division.

Exempel.

```
23|83375|3625
  |69:::
   ----
   143::
   138::
   -----
     57:
     46:
     ---
     115
     115
     ---
       0
```

Probe.

```
 3625
   23
-----
10875
7250
-----
83375
```

Dritter Abschnitt.

Von den vier Rechnungsarten in benannten Zahlen.

§. 48.

Zahlen, welche verschiedene Namen haben, und unter einem Namen betrachtet werden können, heissen benannte Zahlen. Es werden dieselben eben so wie die unbenannten addiret, subtrahiret, multipliciret und dividiret, nur muß man die hier gemeiniglich vorkommenden verschiedenen Einheiten, und wie viel kleinere Einheiten eine größere enthält, auch wie man die Zahlen von einerley Einheit gehörig untereinander zu sezen hat, genau wissen.

§. 49.

Vom Addiren.

Hier wird iede Art besonders zusammen gezählt, wenn die verschiedenen gegebenen Posten geordnet, und, wie im folgenden Exempel, nemlich Gulden unter Gulden, Kreuzer

23 Centner	87 Pfund	18 Loth
134 — —	27 — —	9 —
266 — —	8 — —	24 —
421 — —	19 — —	12 —
845 — —	42 — —	31 —

32 | 63 | 1 Pfund.
| 32 |
31 Löth.

100 | 142 | 1 Centner.
| 100 |
42 Pfund.

---

24 Klafter	5 Schuh	9 Zoll
186 — —	3 — —	2 —
75 — —	4 — —	6 —
82 — —	1 — —	8 —
9 — —	5 — —	6 —
128 — —	2 — —	7 —
507 Klafter	4 Schuh	2 Zoll

12 | 38 | 3 Schuh.
| 36 |
2 Zoll.

6 | 22 | 3 Klafter.
| 18 |
4 Schuh.

§. 50.

Vom Subtrahiren.

Bey der Subtraction mit benannten Zahlen muß man ebenfalls, wie bey der Addition,

bey

bey den geringsten Einheiten anfangen, indem man oft von den größern Einheiten eine derselben entlehnen muß. Die Untersezung geschiehet auch hier, wie schon öfters erwähnt worden, nemlich, daß man allezeit die Zahlen von einerley Werth untereinander schreibt. Z. E.

286 Gulden	48 Kreuzer	2 Pfennige
54 — —	53 — —	3 — —
Rest. 231 Gulden	54 Kreuzer	3 Pfennige

Nach der allgemeinen Regel sollen hier zuerst 3 Pfennige von 2 Pfenningen abgezogen werden, nun kan man aber 3 von 2 nicht abziehen, folglich wurde hier 1 von den größern Einheiten, als 1 Kreuzer, entlehnet, ein Kreuzer beträgt aber 4 Pfennige, daher wurden die daseyenden 2 zu diesen 4 entlehnten addiret, und hierauf von der Summa 6 die untenstehenden 3 Pfennige subtrahirt, und der Rest 3 unter den Strich gesezet. Ist dieses geschehen, so geht man zu den Kreuzern über, und sagt, wie hier, 3 von 7, nicht von 8, weil schon 1 davon zu den Pfennigen entlehnt wurde, bleibt 4, 5 von 4 kann ich nicht, ich entlehne also auch hier von den Gulden 1; nun

ist

ist aber 1 Gulden 60 Kreuzer, oder 6 Zehner, und die 4 hier sind auch Zehner, welche daher zusammen 10 Zehner ausmachen, folglich sage ich hier: 5 von 10 bleibt 5, die wieder an ihre gehörige Stelle gesezet werden. Ueberhaupt ist hier zu merken, daß man besser thut, man sieht einen entlehnten Gulden, wenn schon einige Kreuzer vorhanden sind, für 6 Zehner an, als daß man ihn für 60 Kreuzer betrachtet, die Subtraction wird hiedurch ungemein erleichtert. Habe ich nun auch die Kreuzer subtrahirt, so gehe ich endlich zu den Gulden, und verfahre dabey, wie bey der Subtraction mit unbenannten Zahlen. Folgende Exempel dienen zur Uebung.

46	Mark Silber	12	Loth	3	Quint	2	Pfennige
24	— — —	8	—	2	— —	0	— —
22	Mark Silber	4	Loth	1	Quint	2	Pfennige

	143	Fuder Wein	8	Eimer	49	Maaß.
	96	— — — —	3	— —	12	— —
Rest.	47	Fuder Wein	5	Eimer	37	Maaß.

fl. 50.

§. 51.

Vom Multipliciren

Bey der Multiplication genannter Zahlen mit einer ganzen Zahl schreibt man zuerst die muliplicirenden Zahlen hin, und dann den Multiplicator zur rechten Hand darunter. Zum Exempel.

	3475 Gulden	58 Kreuzer	3 Pfennige
			2
Product,	6951 Gulden	57 Kreuzer	2 Pfennige

Das hier gefundene Product ist also: 6951 Gulden 57 Kreuzer 2 Pfennige. Zuerst multipliciret man den Theil der zu multiplicirenden Zahl, welcher den geringsten Werth hat, mit dem gegebenen Multiplicator, was heraus kommt, bringt man zu der Zahl von nächstgrößern Werth und schreibt den Rest unter den Strich an seine gehörige Stelle. Man multipliciret ferner die nächstfolgende Zahl der zu multiplicirenden Zahl, und addiret zu diesem Product dasjenige, was man aus der vorigen Multiplication von dieser Gattung im Sinne behalten hat, und verfahre

mit

mit dem Rest, wenn einer da seyn sollte, wie oben mit den Rest an geringern Werth geschiehen ist. Und diese widerholt man so oft, bis alle Theile der genannten Zahl nach der Ordnung eben so multipliciret worden sind. Bey den obigen Exempel geschiehet nun diese Rechnungsart folgendermassen: Die erste Multiplication mit den Pfennigen giebt 6 Pfenninge, nun machen aber 4 Pfennige schon 1 Kreuzer, daher werden nur die übrigen 2 Pfenninge als Rest unter geschrieben, 1 Kreuzer aber im Sinne behalten. Man multiplicire ferner die 58 Kreuzer mit 2 als den Multiplicator, so erhält man 116, zu diesen addire man den im Sinn gebliebenen 1 Kreuzer, so hat man 117 Kreuzer, und diese mit 60 zu Gulden gemacht, geben 1 Gulden 57 Kreuzer. Die 57 Kreuzer schreibe man wieder als den Rest unter die Kreuzer, behalte den 1 Gulden im Sinn, und multiplicire nun auch die 3475 mit dem Multiplicator 2, so erhält man 6950 Gulden; zu diesen den vorhin im Sinn gebliebenen 1 Gulden addiret, gibt 6951 Gulden. Folgende Exempel dienen zur Uebung.

27 Centner

27 Centner	68 Pfund	14 Loth	3 Quint.
			3
83 Centner	5 Pfund	12 Loth	1 Quint.

7 Wochen	4 Tage	8 Stunden	48 Minuten.
			2
15 Wochen	1 Tage	16 Stunden	48 Minuten.

212 Ruthen	9 Schuh	10 Zoll	3 Linien.
			4
851 Ruthen	3 Schuh	5 Zoll	— Linien.

§. 52.

Vom Dividiren.

Hier schreibt man abermals das ganze Dividendum, wie bey ungenannten Zahlen, für sich nieder. Alsdann dividiret man zu erst die Zahl, welche die größte Sorte von Einheiten enthält, als wie im nachfolgenden Exempel die Gulden, so erhält man den ersten Theil des Quotienten. Bleibt ein Rest, so bringt man solchen auf einerley Namen mit dem nächstfolgenden Theil der zu dividirenden Zahl, vermittels der Multiplication, was heraus kommt, addiret man zu den folgenden Theil desselben, und dividiret alsdenn die Summa

aufs neue durch den gegebenenen Divisor, woraus sich sodann der zweyte Theil des Quotienten ergiebt. Bleibt wieder ein Rest, so verfährt man mit solchen wie mit dem Rest der größeren Sorte von Einheiten geschehen ist, und bringt ihn abermals auf den Namen der nächstfolgenden Zahl von geringern Werthe. Diese Verfahrungsart sezt man auf die eben beschriebene Art so lange fort, bis alles dividiret worden ist. Z. E.

```
8|1915 Guld.  34 kr. ] 239 fl. 26 Kr. 3 Pfenn.
 |16::       180 kr. [           Quotient
 -----       --------
  31:     8|214
  24:       16:
  ----      ----
   75        54
   72        48
  ----      ----
 Rest 3    Rest 6
    60         4
  -----     -----
   180 kr. 8|24 Pf.
             24
            ----
             00
```

Dividiret man hier zu erst mit dem Divisor 8, die zu dividirenden 1951 Gulden, so erhält man den Quotienten der Gulden, nemlich 239 Gulden, aber es bleiben noch 3 Gulden

den zum Rest. Diese übergebliebenen 3 Gulden multipliciret man 60, und macht sie zu Kreuzern, deren Product 180 ist; zu diesem die folgenden 34 Kreuzer addiret, geben 214 Kreuzer. In diese nun mit dem Divisor 8 dividirt, geben 26 Kreuzer, es bleiben aber auch hier wieder 6 Kreuzer übrig, also macht man diese zu Pfennigen, woraus die Zahl 24 entsteht, und diese wieder durch 8 dividirt, geben 3 Pfennige zum Antheil. Folgende Exempel können zu mehrerer Erläuterung dienen.

5 | 1063 Centner 40 Pfund 14 Loth | 354 Ct. 46 Pf. 26 Lt.
9 : : 100 Pf. 64 Lt.

16 : 3 | 140 3 | 78
15 : 12 : 6 :

13 20 18
12 18 18

Rest 100 Pf. 2 0
32

Rest 64 Loth.

```
12 | 313 Sr. Rauefrucht 22 Mezen | 26 Sr. 4 Mz.
   | 24 :                32 Mz.  | (4 Diethh.
   ------              ------
     73              12 | 54
     72                   48
   ------              ------
Rest  1             Rest   6
     32                    8
   ------              ------
   32 Mezen          12 | 48 Diethh.
                          48
                        ------
                           0
```

Vierter Abschnitt.

Von den Brüchen und deren vier Rechnungsarten.

§. 53.

Brüche sind ein oder mehr gleiche Theile von einem Ganzen, und entstehen meistens, wenn in der Theilung der ganzen Zahlen etwas übrig bleibt. Z. E. Es sollen 17 ganze Theile getheilet werden, so kommt auf einen Theil 4 ganze Theile, und 1 ganzer Theil bleibt noch übrig. Von diesen übrig gebliebenen ganzen Theil bekommt ein ieder von den

4 Theilen noch einen Viertheilstheil, und dieß heißt ein Bruch. Einen Bruch durch Zahlen auszudrucken, dazu werden allemal zwey Zahlen erfordert, davon die eine anzeiget, in wie viele gleiche Theile das Ganze ist getheilet worden, die andere aber eine gewisse Menge solcher Theile bestimmet. Beyde Zahlen werden untereinander mit einem Querstrich zwischen ihnen gesezt, und zwar so, daß allezeit die Zahl, welche anzeiget, in wie viele gleiche Theile das Ganze getheilet sey, unter dem Striche; die Zahl aber, welche andeutet, wie viel solcher Theile man davon habe, über dem Striche zu stehen kommen. Z. E.

$$\frac{1}{4} \quad \frac{2}{3} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{5}{8} \quad \frac{6}{7} \quad \frac{4}{9}$$

Die Zahl oder Zifer, welche über dem Striche stehet, heist der Zähler, die Zahl unter dem Striche aber der **Nenner.**

§. 54.

Die Brüche werden überhaupts eingetheilet, in eigentliche oder ordentliche, und in uneigentliche oder unordentliche; in reine und vermischte, und in einfache und doppelte oder gebrochene Brüche.

§. 55.

Bey einem eigentlichen oder ordentlichen Bruche ist der Zähler allemal kleiner als der Nenner; bey einem uneigentlichen oder unordentlichen Bruche aber ist allemal der Nenner kleiner, als der Zähler.

So sind z. E. $\frac{1}{2}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{5}{6}$ eigentliche oder ordentliche, $\frac{4}{3}$ $\frac{6}{5}$ $\frac{9}{7}$ $\frac{8}{5}$ aber uneigentliche oder unordentliche Brüche. Leztere können auch leicht in eine bloß ganze Zahl, oder in eine vermischte Zahl, das ist, in eine ganze Zahl und einen eigentlichen Bruch verwandelt werden. Denn da so viele Einheiten des Zählers, als der Nenner anzeigt, ein ganzes ausmachen; so dividirt man nur den Zähler durch den Nenner, alsdenn giebt der Quotient die ganze Zahl, der Rest aber als Zähler mit demselben Nenner den ordentlichen Bruch. Z. E. $\frac{17}{3} = 5\frac{2}{3}$. Ist bey einem Bruche aber dennoch der Zähler dem Nenner gleich, z. E. $\frac{4}{4}$ $\frac{5}{5}$ $\frac{8}{8}$, so hat man alle Theile des Ganzen, oder ein solcher Bruch ist ein Ganzes, oder $= 1$. Z. E. $\frac{4}{4} = 1$, $\frac{5}{5} = 1$, $\frac{8}{8} = 1$.

§. 56.

In Ansehung der reinen und vermischten Brüche, so haben die erstern keine ganzen Zahlen vor sich, die andern aber sind ganzen Zahlen

len angehänget. So sind z. E. $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ reine, $4\frac{1}{2}$ $3\frac{1}{4}$ $5\frac{2}{3}$ vermischte Brüche. Leztere können auch wieder, nach obigen Gründen, leicht in uneigentliche Brüche verwandelt werden. Z. E. Es soll ein vermischter Bruch in einen uneigentlichen verwandelt werden, so darf man nur die ganze Zahl mit dem Nenner des Bruchs multipliciren, und zu dem Product den Zähler des gegebenen Bruchs addiren, so erhält man die Summa, welche den Zähler des uneigentlichen Bruchs mit demselben Nenner giebt. Z. E. $4\frac{3}{8}$ $\frac{35}{8}$, $6\frac{2}{3}$ $\frac{20}{3}$, $5\frac{6}{7}$ $\frac{41}{7}$ ꝛc. Vier Ganze geben, wenn jedes in 8 Theile getheilt wird, $\frac{32}{8}$, und hiezu noch $\frac{3}{8}$ giebt in allen $\frac{35}{8}$, und so weiter.

§. 57.

Was die einfachen und doppelten, oder gebrochenen Brüche anbetrift, so sind in den erstern der Zähler und Nenner ganze, in den andern aber gebrochene Zahlen. Z. E. $\frac{1}{2}$ ist ein einfacher Bruch, $\frac{\frac{1}{3}}{2}$ ein halb Drittel aber, wie auch $\frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{4}}$ ein halb durch drey Viertheil dividirt ein doppelter, oder gebrochener Bruch; denn in dem Vorlezten ist der Zähler, in den Lezten aber der Zähler sowohl als der Nenner ein Bruch.

§. 58.

Diejenigen Brüche, deren Nenner eine Zehn oder ein Product aus Zehnen ist, werden Decimal-Brüche genennet. Z. E. $\frac{6}{10}$ $\frac{15}{100}$ rc. Diese Art von Brüchen kommt in mathematischen Rechnungen am häufigsten vor, und ist daselbst von großem Nuzen, weil man mit denselben, als mit ganzen Zahlen rechnen kan.

§. 59.

Einen Bruch in einen andern Bruch von gleichen Werth verwandeln, geschiehet überhaupts, wenn man den Zähler und Nenner desselben durch dieselbe Zahl multipliciret oder dividiret. Z. E. wenn der Zähler und Nenner des Bruchs $\frac{2}{3}$ mit zwey multiplicirt wird, so entsteht daraus der Bruch $\frac{4}{6}$, und gilt eben so viel, als $\frac{2}{3}$, ob er gleich mit andern Zahlen geschrieben ist. So ist auch z. E. $\frac{3}{4} = \frac{6}{8}$ oder $= \frac{9}{12}$. Besonders geschiehet diese Verwandlung der Brüche in andere, wenn man die Brüche ohne Veränderung ihres Werths durch einen geringern Zähler und Nenner ausdrucket, wenn man sie, ohne ihren Werth geringhaltiger zu machen, in einen andern verwandelt, dessen Nenner gegeben ist, wenn man mehrere Brüche unter gleiche Benennungen bringet, oder so verwandelt, daß sie alle ohne Veränderung des Werths gleiche

Nen-

Nenner bekommen, und wenn man vermischte Brüche in unordentliche Brüche verwandelt.

§. 60.

Ein Bruch wird ohne Veränderung seines Werths durch einen geringern Zähler und Nenner ausgedrücket, und also aufgehoben, wenn man den Zähler und Nenner des Bruchs durch dieselbe Zahl dividiret. Z. E. Es soll der Bruch $\frac{15}{21}$ aufgehoben werden, so wird durch 3 dividiret, wodurch man den Bruch $\frac{5}{7}$ erhält, welcher eben so viel gilt als $\frac{15}{21}$. Bey einem Bruch, der aufgehoben werden soll, und dessen Zähler und Nenner, oder einer von beyden ungerade Zahlen sind, muß auch allezeit eine ungerade Zahl zur Division genommen werden. Z. E. Obiger Bruch $\frac{15}{21}$ kan nur durch 3 aufgehoben werden, $\frac{35}{63}$ durch 7, $\frac{45}{81}$ durch 9, $\frac{15}{35}$ durch 5. Sind Zähler und Nenner eines Bruchs gerade Zahlen, so können sie sowohl durch gerade als ungerade Zahlen, wenigstens allemahl durch 2 in einen andern verwandelt werden. Z. E. $\frac{24}{36}$ kan durch 6 aufgehoben werden, $\frac{36}{48}$ durch 3, 6 und 12 hat der Zähler und Nenner eines Bruchs am Ende 5 oder der Zähler nur ein 5 und der Nenner eine 0, und so auch umgewandt, so kan er allezeit durch 5 gehoben werden. Z. E. $\frac{15}{40}$ durch 5, und $\frac{10}{35}$ durch 5. Endi-

gen sich Zähler und Nenner bey einem Bruch in 0 oder mehrere Nullen, so kann solcher durch 10, 100, 1000 ꝛc. aufgehoben werden, zu welchem Ende man nur eine gleiche Anzahl von Nullen in beyden wegstreichen darf. Z. E. $\frac{500}{32000}$ kan durch 100 aufgehoben werden, oder 2 Nullen können sowohl von Zähler als Nenner weggestrichen werden, und ist daher $\frac{500}{32000} = \frac{5}{320}$. Will man die Zahl finden, welche durch eine einzige Theilung den kleinsten Bruch herausbringen soll, so verfährt man auf folgende Art. Man dividirt den Nenner eines Bruchs mit den Zähler, den Zähler mit dem, was übrig bleibt, den neuen Rest wieder mit den vorhergehenden u. s. w. bis ein solcher Theil gefunden wird, der nichts übrig läßt; dieser wird der gesuchte Theiler für den Bruch seyn. Z. E. Wenn $\frac{14}{256}$ aufgehoben werden soll, so wird 256 durch 14 dividirt, der Rest ist 4, durch diesen Rest wird 14 dividirt, der Rest ist 2, hiedurch wird 4 dividirt; da nun 2 in 4 aufgehet, so kann auch der gegebene Bruch durch 2 aufgehoben werden; folglich ist $\frac{14}{256} = \frac{7}{128}$.

§. 61.

Ein Bruch wird resolvirt, wenn man den Zähler des gegebenen Bruchs mit dem gegebenen Nenner multipliciret, und das Product

durch

durch den Nenner des Bruchs dividiret. Der Quotient giebt den Zähler eines Bruchs, welcher den gegebenen Nenner hat, und dem gegebenen Bruche gleich ist. Z. E. Es soll $\frac{4}{5}$ in einen Bruch verwandelt werden, dessen Nenner 60 ist, oder es soll gefunden werden, wie viel $\frac{4}{5}$ Gulden Kreuzer ausmachen, deren ein Gulden bekanntermassen 60 enthält, so wird der Zähler 4 mit 60 multipliciret, das Product 240 aber durch den Nenner 5 dividiret, der Quotient hievon, nemlich 48, giebt den Zähler eines Bruchs, welcher den gegebenen Nenner 60 hat, nemlich $\frac{48}{60}$, welches eben so viel ist als $\frac{4}{5}$, folglich sind 48 Kreuzer = $\frac{4}{5}$ Gulden.

§. 62.

Verschiedene Brüche unter einerley Benennung zu bringen, so darf man nur Zähler und Nenner iedes Bruches mit allen Nennern der übrigen Brüche multipliciren.

Sind nun zwey Brüche in gleiche Benennung zu bringen, so wird eines ieden Zähler und Nenner mit des andern Nenner multiplicet. Z. E. Es sollen die Brüche $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$ einerley Benennung erhalten, so wird des ersten Bruchs Zähler und Nenner mit 4, als den Nenner des andern Bruchs, des andern Bruchs Zähler und Nenner aber durch 3, als den Nenner des ersten Bruchs multiplicirt, dadurch erhält man die Brüche $\frac{8}{12}$ und $\frac{9}{12}$,

welche einerley Benennung haben, und so viel gelten als $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$. Z. E. $\frac{40}{48} + \frac{42}{48} = \frac{5}{6} + \frac{7}{8}$.

Sind mehrere Brüche gegeben, die einerley Nenner bekommen sollen, so wird eines ieden Zähler und Nenner mit dem Product aus allen Nennern der übrigen Brüche multiplicirt. Z. E, Es sollen $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$ unter gleiche Benennung gebracht werden, so verfährt man folgender massen: $\frac{1}{2}$ wird mit 3 und 4 als den Nenner der übrigen Brüche multiplicirt, nun ist 3 mal 4, 12, diese Zahl nun mit $\frac{1}{2}$ multiplicirt, gilt 12 zum Zähler, denn 1 mal 12 ist 12, und 24 zum Nenner, weil 2 mal 12, 24 ist. $\frac{1}{2}$ ist nun in $\frac{12}{24}$ verwandelt worden. $\frac{2}{3}$ multiplicirt mit 2 und 4, als den übrigen Nennern, wenn solche zu sich selbst zu erst multiplicirt worden, welches allemal geschehen muß, gibt 16 zum Zähler, und 24 zum Nenner, denn 2 mal 8 ist 16, und 3 mal 8 ist 24, folglich ist nun $\frac{2}{3}$ so viel als $\frac{16}{24}$. Endlich wird $\frac{3}{4}$ mit 2 und 3 als den übrigen Nennern multipliciret, das Product hievon gibt 18 zum Zähler, denn 3 mal 6 ist 18, und 4 mal 6 machet 24 für den Nenner, $\frac{3}{4}$ ist also iezt $\frac{18}{24}$, folglich haben diese Brüche gleiche Nenner, und daher $\frac{12}{24} + \frac{16}{24} + \frac{18}{24} = \frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4}$.

Man kan auch Brüche auf folgende Art unter einerley Benennung bringen. Erstlich

werden alle Nenner mit einander multipliciret, welcher Innhalt denn allgemeinen Nenner giebt, in denselben mit allen Nennern der gegebenen Brüche dividiret, die hiedurch gefundenen Quotienten aber werden alsdenn mit allen Zählern der gegeben Brüche multipliciret. Die hieraus entstandenen Producte sind die Zähler der Brüche, welche alle den gemeinschaftlichen Nenner haben, und den gegebenen gleich sind. Z. E. Es sollen die Bruche $43\frac{1}{2}$, $113\frac{2}{3}$, $48\frac{3}{4}$, $27\frac{4}{5}$, $234\frac{5}{6}$, unter gleiche Benennung gebracht werdeg, so wird auf folgende Art verfahren:

(720

$43\frac{1}{2}$	43
$113\frac{2}{3}$	226
$48\frac{3}{4}$	144
$27\frac{4}{5}$	108
$34\frac{5}{6}$	170

$$\begin{array}{r} 2 \\ 3 \\ \hline 6 \\ 4 \\ \hline 24 \\ 5 \\ \hline 120 \\ 6 \\ \hline 720 \end{array}$$

Hier ist also der allgemeine Nenner 720, welcher aus dem Product der Nenner aller gegebenen Brüche in einander entstanden ist, die Quotienten aus allen Nennern in diesen allgemeinen Nenner sind 43, 113, 48, 27, 34, die Producte aus allen Zählern in diese

Quo-

Quotienten sind 43, 226, 144, 108, 170, folglich sind diese die Brüche, welche anstatt der gegebenen gesezt werden können, und daher $\frac{43}{720} + \frac{226}{720} + \frac{144}{720} + \frac{108}{720} + \frac{170}{720} = 43\frac{1}{2} + 113\frac{2}{3} + 48\frac{3}{4} + 27\frac{4}{5} + 34\frac{5}{6}$.

§. 63.

Gemischte Brüche in unächte reine Brüche verwandeln, geschiehet, wenn man die ganze Zahl mit den Nenner des Bruchs, welcher derselben angehängt ist, multipliciret, und zu dem Product den Zähler dieses Bruchs addiret. Ein Beyspiel hievon ist schon oben gegeben worden, und kan also hier füglich wegbleiben.

§. 64.

Eine ganze benannte Zahl wird in einen Bruch reducirt, wenn man die gegebene ganze Zahl zum Zähler eines Bruchs macht, dessen Nenner anzeiget, wie viel eine ganze Einheit der höhern Ordnung, davon die gegebene Zahl ein Bruch werden soll, solcher Einheiten der niedrigen Ordnung enthält, als die Benennung der gegebenen Zahl ausdrucket, und daß man alsdann diesen Bruch, wo es möglich ist, aufhebt. Z. E. Es sollen 24 Kreuzer in einen Bruch von einem Gulden reducirt werden: so wird 24 Kreuzer zum Zähler eines Bruchs gemacht, dessen Nenner 60 ist, weil ein Gulden

60 Kreu-

60 Kreuzer enthält, und hierauf der dadurch gefundene Bruch $\frac{24}{60}$ durch 12 aufgehoben, da denn der Bruch $\frac{2}{5}$ Gulden gefunden wird, welcher eben so viel als 24 Kreuzer ist. Soll ein genannter gemischter Bruch reducirt werden; so muß derselbe vorher eingerichtet, alsdann der Nenner desselben mit einer Zahl multiplicirt werden, welche andeutet, wie viel eine ganze Einheit der höhern Ordnung, davon der gegebene Bruch ein anderer Bruch werden soll, solcher Einheiten der niedrigern Ordnung enthielt, als die Benennung des gegebenen Bruchs ausdrucket. Z. E. Es sollen 12 $\frac{4}{5}$ Loth in einen Bruch von einem Pfund verwandelt werden: so wird aus dem gegebenen gemischten Bruch zuerst ein uneigentlicher $\frac{64}{5}$ gemacht, alsdenn der Nenner desselben mit 32, weil ein Pfund 32 Loth hat, multiplicirt, und endlich der dadurch gefundene Bruch $\frac{64}{160}$ mit 32 aufgehoben, da denn der Bruch $\frac{2}{5}$ Pf. gefunden wird, und eben so viel als 12 $\frac{4}{5}$ Loth gilt. Die Reduction der Brüche ist der Resolution derselben gerade entgegen gesezt, und es können daher nur solche benannte Zahlen reducirt werden, welche Einheiten einer niedrigern Ordnung enthalten, deren höhere Ordnung gegeben ist, so wie nur solche mit 32, weil ein Pfund 32 Loth hat, resolvirt werden können, welche von einer höhern Einheit genommen sind, deren niedrige Einheiten gegeben sind.

§. 65.

§. 65.

Von der Addition der Brüche.

Wenn die Brüche einerley Nenner haben, so addire man blos ihre Zähler zusammen, und die Summa wird zum Zähler eines Bruchs gemacht, welcher den Nenner der gegebenen Brüche hat. Dieser Bruch ist der gesuchten Summe aller gegebenen Brüche gleich. Z. E. Es sollen $\frac{2}{9}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{8}{9}$, addiret werden, so werden blos die Zähler aller dieser Brüche unter eine Summe gebracht, welche hier $\frac{19}{9}$ ist, oder, wenn dieser uneigentliche Bruch in einen vermischten verwandelt wird $2\frac{1}{9}$. Es sind also die Brüche $\frac{2}{9} + \frac{4}{9} + \frac{5}{9} + \frac{8}{9} = \frac{19}{9} = 2\frac{1}{9}$.

Haben gegebene Brüche verschiedene Nenner, so werden solche erst alle unter einerley Benennung gebracht, worauf alsdenn die neuen Zähler derselben, wie vorhin addiret werden, die Summa aber zum Zähler eines Bruchs gemacht wird, welcher den gefundenen gemeinschäftlichen Nenner hat. Z. E. Es sollen $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{3}$ und $\frac{7}{9}$ addiret werden: so ist die Rechnung folgende: die auf einerley Benennung gebrachten Nenner sind also hier 135, die neuen Zähler sind 81, 90 und 105, diese zusammen addiret geben 276, ist also der ganze Bruch $\frac{276}{135}$ folglich sind $\frac{3}{5}, + \frac{2}{3} + \frac{7}{9} = \frac{81}{135} + \frac{90}{135} + \frac{105}{135} = \frac{276}{135} = 2\frac{6}{135} = 2\frac{2}{45}$.

Sollen

Sollen gemischte Brüche addiret werden: so werden zu erst die den ganzen Zahlen angehängten Brüche, alsdenn die ganzen Zahlen allein addiret, zu der Summa aber die ganzen Einheiten noch beygefügt, welche aus der Addition der Brüche entstanden sind. Z. E. Es sollen folgende gemischte Brüche, als $4\frac{3}{4}$, $2\frac{2}{3}$ und $7\frac{5}{6}$ addiret werden, die Summa der Brüche allein beträgt $\frac{81}{36}$ oder $2\frac{9}{36}$, die Summa der ganzen Zahlen allein ist 13, folglich die Summa aller gemischten Brüche $15\frac{9}{36}$. Es sind also $4\frac{3}{4} + 2\frac{2}{3} + 7\frac{5}{6} = 15\frac{9}{36} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$.

§. 66.

Von der Subtraction der Brüche.

Wenn zwey gegebene Brüche gleiche Nenner haben, und von einander abgezogen werden sollen, so wird bloß ein Zähler von dem andern abgezogen, und der Rest zum Zähler eines Bruchs gemacht, dessen Nenner dem Nenner der gegebenen Brüche gleich ist. Dieser Bruch ist die gesuchte Differenz der Brüche. Z. E. Es soll $\frac{1}{4}$ von $\frac{3}{4}$ subtrahirt werden, so ist der Unterschied $\frac{2}{4}$, denn 1 von 3 bleibt 2, nun ist aber $\frac{2}{4}$ so viel, als $\frac{1}{2}$, folglich ist $\frac{3}{4} \div \frac{1}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$. Es sind also auch $\frac{5}{7} \div \frac{2}{7} = \frac{3}{7}$.

Haben die gegebenen Brüche, welche subtrahirt werden werden sollen, verschiedene Nen-

ner: so werden solche erst unter gleiche Benennung gebracht, alsdann der neue Zähler des kleinern Bruchs von dem neuen Zähler des größern Bruchs subtrahirt, und der Rest wieder zum Zähler eines Bruchs gemacht, dessen Nenner dem gefundenen gemeinschaftlichen Nenner gleich ist.. Z. E. Es soll $\frac{2}{9}$ von $\frac{3}{7}$ abgezogen werden; so werden erst beyde unter gleiche Benennung gebracht, und in die Brüche $\frac{14}{63}$ und $\frac{27}{63}$ verwandelt, und alsdann der kleinere Zähler 14 von den größern 27 abgezogen, so bleibt der Differenz beyder Brüche $\frac{13}{63}$. Folglich $\frac{3}{7} \div \frac{2}{9} = \frac{27}{63} \div \frac{14}{63} = \frac{13}{63}$.

Soll ein Bruch von einer ganzen Zahl abgezogen werden, so muß zu erst die ganze Zahl zu einem Bruch gemacht werden, der einerley Nenner mit dem gegebenen Bruch hat. Z. E. Es soll $\frac{2}{5}$ von 4 Ganzen abgezogen werden: so nimmt man von den 4 Ganzen nur 1 Ganzes, weil ein Bruch immer kleiner als 1 Ganzes ist, und macht solches zu einen Bruch, dessen Nenner, dem Nenner des abzuziehenden Bruches gleich ist. Man verwandelt daher 4 in $3\frac{5}{5}$, und ziehet alsdann $\frac{2}{5}$ davon ab, so bleibt die Differenz $3\frac{3}{5}$, folglich ist $4 \div \frac{2}{5} = 3\frac{3}{5}$.

Vermischte Brüche von vermischten Brüchen abziehen, geschiehet, wenn man sie entweder beyde in uneigentliche Brüche verwandelt

delt, und alsdann abziehet, oder es wird der Bruch, welcher der ganzen Zahl, die abgezogen werden soll, angehängt ist, von dem Bruch der größern Zahl, und alsdenn die kleinere ganze Zahl von den größern abgezogen. Z. E. Es soll $3\frac{2}{3}$ von $7\frac{4}{5}$ subtrahirt werden: so müssen erstlich beyde Brüche in die uneigentliche Brüch $\frac{11}{3}$ und $\frac{32}{5}$, alsdahn in die Brüche von gleichen Nennern $\frac{55}{15}$ und $\frac{117}{15}$ verwandelt, und endlich die Zähler subtrahirt werden, da alsdenn die Differenz $\frac{62}{15}$ oder $4\frac{2}{15}$ ist, folglich ist $7\frac{4}{5} \div 3\frac{2}{3} = \frac{32}{5} \div \frac{11}{3} = \frac{117}{15} \div \frac{55}{15} = \frac{62}{15} = 4\frac{2}{15}$. Sollen aber die Brüche und ganze Zahlen bey gemischten Brüchen z. E. $4\frac{3}{4}$ von $7\frac{2}{3}$ allein subtrahirt werden, ohne sie in uneigentliche zu verwandeln, so muß man, weil der Bruch $\frac{3}{4}$ größer ist, als $\frac{2}{3}$, zu erst 1 Ganzes von den 7 borgen, solches in den Bruch $\frac{3}{3}$ verwandeln, und dazu $\frac{2}{3}$ addiren, alsdann subtrahirt man erst $\frac{3}{4}$ von $\frac{5}{3}$, nachdem beyde in die Brüche mit gleichen Nennern $\frac{9}{12}$ und $\frac{20}{12}$ verwandelt worden sind, woraus sich die Differenz, nachdem auch die ganzen Zahlen subtrahirt worden sind, von $2\frac{11}{12}$ ergiebt. Folglich ist auch hier $7\frac{2}{3} \div 4\frac{3}{4} = 6\frac{5}{3} \div 4\frac{3}{4} = 6\frac{20}{12} \div 4\frac{9}{12} = 2\frac{11}{12}$. Bey der Subtraction der gemischten Brüche, wo der gemischte Bruch würklich im Bruch kleiner ist, als derjenige, von welchem solcher abgezogen werden soll, ist die Verfahrungsart sehr

leicht, und ergiebt sich von selbsten. Z. E. Es soll $3\frac{1}{3}$ von $5\frac{2}{3}$ abgezogen werden, so subtrahirt man zu erst die Zähler der den ganzen Zahlen angehängte Brüche $\frac{1}{3}$ von $\frac{2}{3}$ wodurch die Differenz $\frac{1}{3}$ entsteht, alsdann subtrahirt man die ganzen Zahlen 3 von 5, so bleibt hier die Differenz 2, folglich ist die ganze Differenz $2\frac{1}{3}$ oder $5\frac{2}{3} \div 3\frac{1}{3} = 2\frac{1}{3}$.

§. 67.

Von der Multiplication der Brüche.

Wenn ein Bruch mit einem Bruch soll muliplicirer werden, so multiplicire man beyde Zähler, ingleichen die Nenner mit einander, und alsdann geben diese beyden Producte wieder einen Bruch, nemlich das erste Product giebt den Zähler, das andere den Nenner eines Bruchs, welcher den gesuchten Product beyder Brüche gleich ist. Z. E. Es soll $\frac{3}{4}$ mit $\frac{2}{3}$ multiplicirt werden: so wird 3 mit 2 und 4 mit 3 multipliciret. Das erste Product 6 giebt den Zähler, das andere Product 12 den Nenner des Bruchs $\frac{6}{12}$, welcher das gesuchte Product ist. folglich ist $\frac{3}{4} + \frac{2}{3} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$. Man siehet leicht, daß hier das Product kleiner seyn muß als beyde Factoren, weil der Bruch $\frac{3}{4}$ nicht ein ganzesmal oder vielmal, sondern nur $\frac{2}{3}$ mal genommen werden soll, indem

dem derselbe erst in 3 gleiche Theile getheilet, und nur zwey solcher Theile genommen werden sollen. Wenn man eine Zahl, sie mag gleich ganz oder gebrochen seyn, mit einer ganzen Zahl, die über 1 ist, multipliciret, so muß solche natürlich größer werden, vervielfältiget man sie wirklich mit 1, so muß sie ihren Werth behalten; geschiehet aber solche Multiplieation mit weniger als mit eins, nemlich mit einem Bruch, so muß solche nothwendig kleiner werden.

Die Multiplication der Brüche kan auch auf folgende Weise geschehen: nemlich es wird der Zähler des Bruchs, den man zu multipliciren hat, durch den Nenner, und sein Nenner durch den Zähler des andern Bruchs dividiret. Der erste Quotient gibt den Zähler, und der andere den Nenner des gesuchten Products. Z. E. Es soll $\frac{16}{21}$ *mit* $\frac{3}{8}$ *multipliciret* werden, so wird 16 durch 8, und 21 durch 3 getheilet. Der erste Quotient 2 giebt den Zähler, und der andere 7 den Nenner des Bruchs, $\frac{2}{7}$ ist also das gesuchte Product, folglich $\frac{16}{21} \times \frac{3}{8} = \frac{2}{7}$.

Einen Bruch mit einer ganzen Zahl zu multipliciren, darf man nur den Zähler des Bruchs mit der gegebenen ganzen Zahl multipliciren. Das Product giebt den Zähler eines Bruchs, welcher den Nenner des gegebe-

nen Bruchs hat, und das gesuchte Product ist. Z. E. Es soll $\frac{5}{6}$ mit 2 multipliciret werden, so ist das gesuchte Product, nach eben gegebener Regel, $\frac{10}{6}$ oder $\frac{5}{3}$ oder $1\frac{2}{3}$. Man kan aber auch eben diesen Bruch auf folgende Art multipliciren, wenn man den Nenner des Bruchs mit der gegebenen ganzen Zahl, womit multipliciret werden soll, dividiret. Der Quotient 3 giebt den Nenner eines Bruchs, der den Zähler des gegebenen Bruchs hat, und das gesuchte Product ist hier wieder $\frac{5}{3}$. Folglich ist $\frac{5}{6} \times 2 = \frac{10}{6} = \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$.

Gemischte Brüche mit gemischten Brüchen zu multipliciren, geschiehet am bequemsten, wenn wenn man solche zu erst in uneigentliche verwandelt, und alsdann auf die angezeigte Weise multipliciret. Z. E. Es soll $2\frac{1}{4}$ mit $5\frac{2}{7}$ multipliciret werden, so verwandelt man solche in uneigentliche Brüche $\frac{11}{4}$ und $\frac{27}{5}$, und diese multiplicirt geben das Product $\frac{297}{20}$ oder $14\frac{17}{20}$, folglich ist wieder $2\frac{1}{4} \times 5\frac{2}{5} = \frac{297}{20} = 14\frac{17}{20}$.

§. 68.

Von der Division der Brüche.

Einen Bruch durch einen Bruch zu dividiren, darf man nur den Divisor umkehren, nemlich den Zähler desselben zum Nenner und

den

den Nenner zum Zähler machen, und mit diesen umgekehrten Bruch multiplicire man den zu dividirenden Bruch. Z. E. Es soll $\frac{2}{5}$ durch $\frac{3}{7}$ dividiret werden: so wird der hier gegebene Divisor $\frac{3}{7}$ umgekehrt, so daß $\frac{7}{3}$ daraus werden, dieser Bruch wird alsdenn mit $\frac{2}{5}$ multiplicirt, das Product $\frac{14}{15}$ ist der gesuchte Quotient. Folglich ist $\frac{2}{5} : \frac{3}{7} = \frac{2}{5} \times \frac{7}{3} = \frac{14}{15}$.

Die Division der Brüche kan auch ferner auf folgende Art geschehen. Es wird der Zähler des einen Bruchs durch den Zähler des andern Bruchs, und der Nenner des einen Bruchs durch den Nenner des andern dividiret. Z. E. Es soll $\frac{6}{15}$ durch $\frac{3}{5}$ dividiret werden, so wird 6 durch 3, und 15 durch 5 dividirt. Nun ist 3 in 6, 2 mal, und 5 in 15, 3 mal enthalten, daher giebt 2 den Zähler und 3 den Nenner des gesuchten Quotienten $\frac{2}{3}$, also ist $\frac{6}{15} : \frac{3}{5} = \frac{2}{3}$.

Einen Bruch durch eine ganze Zahl theilen, kan auf folgende Weise geschehen, einmal, wenn man nur den Nenner des Bruches mit der gegebenen Zahl multiplicirt. Das Product giebt den Nenner eines Bruchs, welcher den Zähler des gegebenen Bruches hat, und der gesuchte Quotient ist. Z. E. Es soll $\frac{4}{5}$ durch 2 dividirt werden, so ist der Quotient $\frac{4}{10}$ oder $\frac{2}{5}$, also ist $\frac{4}{5} : 2 = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$; zweytens, wenn man den Zähler des Bruchs mit der gegebenen

ganzen Zahl dividiret. Der Quotient giebt den Zähler eines Bruchs, der den Nenner des gegebenen Bruches zum Nenner behält, und der gesuchte Quotient ist. Z. E. Es soll hier auf diese Art wieder $\frac{4}{5}$ durch 2 dividiret werden, so ist auch hier wieder $\frac{2}{5}$ der gesuchte Antheil.

Bey der Division der gemischten Brüche, müssen solche zu erst in uneigentliche verwandelt und alsdann auf die angezeigte Weise dividiret werden. Z. E. Es soll $4\frac{3}{4}$ durch $2\frac{2}{3}$ dividiret werden, so ist der gesuchte Quotient $\frac{57}{32}$ oder $1\frac{25}{32}$, also $4\frac{3}{4} : 2\frac{2}{3} = \frac{19}{4} : \frac{8}{3} = \frac{57}{32} = 1\frac{25}{32}$.

Wenn ein Bruch mit einem andern Bruch, der nicht einerley Nenner mit demselben hat, getheilet werden soll, so müssen sie zu erst zu einerley Nenner gebracht, und alsdann dividiret werden. Z. E. Es soll $\frac{7}{9}$ durch $\frac{3}{5}$ getheilet werden, so müssen sie zuerst in die uneigentliche Brüche $\frac{35}{45}$ und $\frac{27}{45}$ verwandelt und alsdann dividiret werden, folglich ist $\frac{7}{9} : \frac{3}{5} = \frac{35}{45} : \frac{37}{45} = \frac{35}{27} = 1\frac{8}{27}$. Da man aber eigentlich die beyden gleichen Nenner 45 nicht weiter, sondern nur die beyden Zähler 35 und 27 alleine gebraucht: so sieht man deutlich, daß man in der Ausübung auch nicht nöthig hat, den gemeinschaftlichen Nenner 45 zu bestimmen: sondern man sucht nur die beyden

Zähler

Zähler 35 und 27. Der neue Zähler des zu dividirenden Bruchs 35, welcher der Zähler des Quotienten seyn soll, wird nemlich gefunden, wenn man den Zähler des zu dividirenden Bruchs 7, mit dem Nenner des Divisors 5 multipliciret. Und eben so findet man den neuen Zähler des Divisors 27, welcher der Nenner des Quotienten wird, wenn man den Zähler des Divisors 3 mit dem Nenner des zu dividirenden Bruchs 9 multipliciret, und hieraus entstund demnach der Quotient $\frac{35}{27}$.

Sind gebrochene Brüche in einfache zu verwandeln, so geschiehet solches nach eben diesen angeführten Regeln der Division, wenn man nemlich den Zähler des gebrochenen Bruchs durch seinen Nenner dividiret. Z. E. $\frac{\frac{1}{2}}{4}$ oder $\frac{1}{4}$ von $\frac{1}{2}$ ist so viel als $\frac{1}{2}$ durch 4 dividiret, nemlich $\frac{1}{8}$.

Da durch die Division eines Bruchs in einen andern, wie vielmal der erste in den andern enthalten sey, nur gefunden werden soll, oder, wenn der Divisor grösser, als der Dividendus ist, der wie vielste Theil vom Divisor dem Dividendus gleich sey, so ist leicht zu begreifen, daß der Quotient nicht nur grösser, als der Dividendus, sondern auch selbst eine ganze

Zahl seyn könne, indem ein Bruch in einen andern etliche mal enthalten seyn kan. Denn wenn man eine Zahl, sie mag ganz oder gebrochen sey, mit einer ganzenZahl, die mehr als 1 enthält, theilet, so muß der Antheil kleiner, als die zu dividirende Zahl seyn, theilet man sie mit 1, so bleibt sie unverändert, oder der Dividendus dem Quotient gleich; theitet man sie aber durch weniger als 1, nemlich durch einen Bruch, so muß der Quotient nothwendig grösser, als der Dividendus, seyn.

Fünfter Abschnitt.

Von Decimal Brüchen.

§. 69.

Decimal oder zehntheilige Brüche sind solche, deren Nenner 10, 100, 1000 ist; weil der ganze in 10 Theile, oder in das Vielfache von 10 und 10 getheilet werden soll. Dergleichen Brüche sind $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$, $\frac{2}{10}$, $\frac{3}{100}$, $\frac{4}{1000}$, u. s. w.

Eine jede Zifer, welche in einer Zahl einer andern zur Rechten steht, ist 10 mal kleiner, als ihre vorhergehende, die dritte 10 mal kleiner, als die zweyte, und 100 mal kleiner, als die erste. Eben diese Ordnung findet sich in Decimal Brüchen. $\frac{1}{1000}$ ist 10 mal kleiner, als $\frac{1}{100}$; und 100 mal kleiner, als $\frac{1}{10}$; und 1000 mal kleiner, als 1. Man kan daher diese Brüche ohne Nenner, wie ganze Zahlen schreiben, und den Nenner blos aus der Anzahl der Zifern bestimmen: wenn man nur die Bruchszifern von den Zifern der ganzen Zahl zu unterscheiden weiß. Zum Unterschied

schied der ganzen Zahlen wird vor den Zifern des Bruchs ein Strich gemacht, und alsbald der Bruch angedeutet. Ist kein ganzer da: so wird diese Stelle mit 0 ausgefüllet, oder auch ganz leer gelassen. Z. E. 0, 1 und , 1 heist $\frac{1}{10}$. 6,526 heist 6 $\frac{526}{1000}$. Auch ist 1 ′ eben so viel als 0, 1, und 4257 ‴ = 4, 257.

Jeden Bruch in einen beliebigen Decimal Bruch zu verwandeln, darf man nur den Zähler des Bruchs so viel Nullen abhängen, als der zehntheilige Nenner haben soll, und denn theilt man diesen Zähler mit den Nenner. Der Quotient davon ist der Zähler zum Decimal Bruche. Oder man sezet zum Zähler des gemeinen Bruchs eine Nulle, und dividirt mit dem Nenner; der Quotient hievon ist der Zähler zum Nenner 10. Bleibt bey dieser Division noch etwas übrig, so hängt man wider eine Nulle an diesen Rest, und dividirt wieder mit den vorigen Divisor, welches Verfahren so lange fortgesezet wird, als man will, oder bis nichts übrig bleibt. Z. E. Es soll $\frac{1}{2}$ in einen Decimal Bruch verwandelt werden, so sezet man zum Zähler 1 eine Nulle, und dividirt die neue Zahl 10 mit den Nenner 2, so entsteht der Bruch $\frac{5}{10}$, folglich ist $\frac{1}{2} = \frac{5}{10}$ = 0, 5. Aus $\frac{3}{4}$ entsteht der Decimal Bruch, $\frac{75}{100}$, wenn man zu den Zähler 3 zwo Nullen sezet, und die daraus entstehende Zahl 300

mit

mit den Nenner 4 dividiret; oder, wenn man dem Zähler 3 nur eine Nulle anhänget, und also 30 mit 4, als dem Nenner theilet, so erhält man $\frac{7}{10}$, der Rest ist 2, zu diesem seze man wieder eine Nulle, und dividire also 20 mit den Nenner 4, so erhält man $\frac{5}{100}$. Nun geben $\frac{7}{10}$ und $\frac{5}{100}$, den Decimal Bruch $\frac{75}{100}$. Folglich ist $\frac{3}{4} = \frac{7}{10} + \frac{5}{100} = \frac{75}{100} = 0,75$.

Mit den Decimal Brüchen kan man auch alle vier Species verrichten. Das Verfahren bey denselben läßt sich leicht aus der ordentlichen Bruchrechnung erklären.

§. 70.

Von der Addition der Decimal Brüche.

Decimal Brüche werden bey der Addition nach eben den Gründen, wie ganze Zahlen so untereinander gesezt, daß die Einer unter die Einer, die Zehner unter die Zehner, und eben so die Zehntheile unter die Zehntheile, die Hundertheile unter die Hunderttheile u. s. w. zu stehen kommen; und alsdann, wie ganze Zahlen addiret. Z. E. Es soll $\frac{1}{2}$ zu $\frac{3}{4}$ und 0,4276 zu 0,5342 addirt werden, so ist die Rechnung folgende:

$\frac{1}{2}$ =

	$\frac{1}{2} = 0,5$	0,5342
	$\frac{3}{4} = 0,75$	0,4276
Summa	$1\frac{1}{4} = 1,25$	0,9618

§. 71.

Von der Subtraction der Decimal Brüche.

Bey der Subtraction der Decimal Brüche werden die Zahlen auch, wie bey der Addition unter einander gesezet, und alsdann wie ganze Zahlen subtrahirt. Im Falle aber, daß die Zahl, von welcher subtrahirt werden sollte, nicht so viel Decimal Stellen, als die zu subtrahirende Größe hätte, so werden bloß Nullen an der zu subtrahirenden Größe angehängt. Zum Exempel.

	$\frac{3}{4} = 0,75$	0,8000
	$\frac{1}{2} = 0,5$	0,6243
Rest	$\frac{1}{4} = 0,25$	0,1757

§. 72.

Von der Multiplication der Decimal Brüche.

Bey der Multiplication der Decimal Brüche wird wie bey der Multiplication in gan-

zen

zen Zahlen verfahren, wenn man sie ohne auf den Strich zu sehen, von der Rechten gegen die Linke Hand ordentlich unter einander gesezet hat. Im Product werden so viel Decimal stellen abgeschnitten, als beyde Factores zusammen Decimalstellen haben. Sollten aber im Product überhaupt nicht so viel Zahlen kommen, als erforderlich seyn sollte, so werden linker Hand so viel Nullen, als hiezu nöthig sind, noch hinzu gesezt. Z. E.

0,1354	==	$\frac{1354}{10000}$
0,32	==	$\frac{32}{100}$
2708		43328
4062		1000000
0,043328		

0,0000352
0,3546
2112
1408
1760
1056
0,0000124 8192

§. 73.

§. 73.

Von der Division der Decimal Brüche.

Decimal Brüche werden gleichfalls wie ganze Zahlen getheilet. Wenn bey in einander zu dividirenden Decimal Brüchen, gleich viele Decimalstellen vorhanden sind, so darf man nur, ohne Hinsicht auf den Strich, und wenn in der Stelle der ganzen Zahl, und der ersten Decimalstellen Nullen sind, mit gänzlicher Weglassung derselben ordentlich dividiren, der ganze Quotient ist alsdenn auch eine ganze Zahl. An dem übrig gebliebenen Reste den Quotienten selbst in Decimal Brüchen näher zu finden, ist es nur nöthig, so viel Nullen, als Decimalstellen verlangt anzuhängen, und dann weiter fort zu dividiren. Im Fall daß der Divisor in dem Dividendus nicht enthalten sey, so bekommt der Quotient in der Stelle der ganzen Zahl eine Nulle; und ist, wenn gleich dem Dividendus eine Nulle angehänget worden, der Divisor dennoch nicht darinn enthalten, so bekommt der Quotient auch in der Stelle der Zehentheile eine Nulle, und so weiter.

Z. E. Es soll 3,407876 durch 2,107239 dividiret werden, so geschiehet solches auf folgende Art:

```
2107239|3407876|1,61....
       |2107239
       --------
       13006370
       12643434
       --------
        3629360
        2107239
       --------
        1522121
```

Haben die in einander zu dividirenden Decimal Brüche nicht gleich viele Decimalstellen, so muß man ihnen durch Anhängung einer oder mehrerer Nullen gleich viele geben, die Verfahrungsart aber dabey ist wie die vorhergehende, welches wohl zu merken ist.

Bayerische Staatsbibliothek München

Sechster Abschnitt.

Von den Potenzen.

§. 74.

Eine Potenz oder Dignität ist ein Product aus gleichen Factoren, ins besondere aber ein Product aus zwey gleichen Factoren, die mit einander multipliciret worden sind, das Product selbst wird die Quadratzahl oder das Quadrat, oder die zweyte Potenz genennet; und die Zahl oder Größe, die mit sich selbst multipliciret wird, heißt alsdann die Wurzel (radix) oder ist die erste Potenz. So ist z. E., wenn 3 mit 3 multipliciret wird, die 3 die Wurzel oder erste Potenz, das Product 9 hievon die zweyte Potenz oder das Quadrat von der Wurzel 3, und diese Zahl 3 die Quadratwurzel von der 9. Eben so ist 36 der Quadrat von 6, und 6 die Quadratwurzel von 36.

Wenn das Quadrat wieder mit der Wurzel, oder wenn eine Zahl erst mit sich selbst,

und das Product noch einmal mit derselben multipliciret wird, so entsteht in Ansehung dieser Zahl die dritte Potenz der Wurzel, oder die Cubiczahl, oder Cubus, diese Zahl aber heißt in Ansehung der daraus entstandenen Potenz die Cubicwurzel. So ist z. E. wenn 4 mit 4 multipliciret und das Product 16 noch einmal mit 4 multipliciret wird, das Product 64 die dritte Potenz oder die Cubiczahl von der 4, und diese Zahl 4 die Cubicwurzel von der Zahl 64. So ist auch 729 der Cubus von 9, und 9 die Cubicwurzel von 729.

Wird die Cubiczahl wieder mit der Wurzel multipliciret, so erhält man die vierte Potenz; diese wieder mit der Wurzel multipliciret gibt die fünfte Potenz, u. s. w.

Eine Wurzel aus einer Potenz ausziehen, heißet die Factoren finden, deren Product die gegebene Potenz ist. Z. E. Die Quadratwurzel aus der Zahl 9 ausziehen, heißet die Zahl 3 finden, welche mit sich selbst multiplicirt 9 giebet. Hiezu ist es hauptsächlich nöthig, daß man sich folgende Wurzeltafel bekannt mache, in welcher die Quadrat und Cubiczahlen für die Wurzeln von 1 bis 9 enthalten sind.

Wurzeltafel.

Wrz.	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Qut.	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Cbz.	1	8	27	64	125	216	343	512	729

§. 75.

Bey der Ausziehnng der Quadratwurzel aus irgend einer Potenz, kommt es hauptsächlich darauf an, daß man weiß, wie vielnamig die Wurzel sey, und dieses erfährt man sehr leicht, wenn man die gegebene Zahl in Classen eintheilt, und jeder Classe 2 Zifern giebt: so viel Classen alsdann heraus kommen, so vielnamig ist die Wurzel. Diese Eintheilung der gegebenen Zahl verrichtet man von der rechten zur linken Hand, doch kan die äusserste oder erste Classe zur Linken auch nur eine Zifer haben, welches allezeit geschiehet, wenn die gegebene Zahl ungleich in Zifern ist. Zur Rechten wird ein Strich gemacht wie bey der Theilung. Z. E.

8|43|26|57|24|92|

Bey

Bey dieser Zahl sind 6 Classen, die Quadratwurzel derselben besteht also aus 6 Zifern oder ist sechsnamig.

§. 76.

Die Zifern der Wurzel aber selbst zu finden, muß man einen Unterschied machen, ob die Wurzel einnamig, zweynamig oder mehrnamig sey. Ist die Wurzel einnamig, oder hat das Quadrat nicht über 2 Zifern, so darf man nur die Quadrat Zahl in obiger Quadratwurzel aufsuchen, und die Wurzel darnach genau angeben. Ist aber die Wurzel, die aus einer gegebenen Quadratzahl gezogen werden soll, zweynamig, oder besteht sie aus zwey Zifern, welches man wissen kan, wenn nemlich das Quadrat drey oder vier Zifern hat, und soll erst gefunden werden, so ist die Rechnung dabey folgende. Z. E. Es soll aus der Zahl 5329 die Quadratwurzel ausgezogen werden, so theile man die gegebene Zahl von der rechten zur linken in Classen ein, und untersuche in der Wurzeltafel, welcher einfachen Zifer Quadrat, der ersten Classe gleich oder zunächst kleiner ist. Die Wurzel dieser Zahl ist der erste Theil oder die erste Zifer der gesuchten Qua-

ratwurzel. So ist im nachfolgenden Exempel die Zahl 53 der ersten Classe, der Quadratzahlen 49 und 64, in obiger Wurzeltafel, am nächsten, und daher 49 das nächst kleinere Quadrat. Dieses Quadrat schreibe man unter die erste Classe, ziehe selbiges ab, und die dazu gehörige Wurzel 7 schreibe man als den ersten Theil der zu suchenden Wurzel in die gewöhnliche Stelle der Quotienten. Zu dem in dieser Classe übrig gebliebenen Rest 4 seze man die zweyte Classe herunter, und multiplicire alsdann den gefundenen ersten Theil der Wurzel 7 mit 2, und schreibe das Product 14 unter die erste Zahl der folgenden Classe. Nach diesem Verfahren dividire man in die Ziffern die darüber stehen, nehme den Quotienten 3 für den zweyten Theil der Wurzel an, und schreibe ihn hinter den Strich neben den ersten Theile derselben. Hierauf multiplicire man den doppelten ersten Theil 14 mit diesem zweyten Theile 3, schreibe das Product 42 darunter, und ziehe es von den darüber stehenden Zahlen ab. Zu dem Reste, wenn einer da seyn sollte, nehme man die lezte Zahl herunter, bey unsern gegebenen Exempel wird die Zahl 9 nur allein herunter gesezt, weil kein

Rest

Rest übrig geblieben; und schreibe alsdann das Quadrat des zweyten Theils der Wurzel 9 darunter, und ziehe selbiges ab. Bleibt nichts übrig, wie hier, so ist die Quadratzahl rational, im Gegentheil aber, wenn ein Rest sich finden sollte, so ist die Quadratzahl irrational. Z. E.

```
 25|29|73            5|76|24
 49|                 4|
 -----              -----
  4|29               1|76
 (1|4)                (4)
  4|2                1|6
 -----              -----
   |9                 |16
   |9                 |16
 -----              -----
   |0                 |0
```

§. 77.

Die Ausziehung aller übrigen vielnamigen Wurzeln gründet sich unmittelbar auf die erklärte Ausziehung der zweynamigen Wurzeln, indem man eine iede vielnamige Wurzel, als eine zweynamige ansehen und betrachten kan, doch sollen zu mehrerer Erläuterung einige Beyspiele hier beygefügt werden. Z. E. Es soll aus der Zahl 274576 die Quadratwurzel gezogen werden, so verfahre man wie bey

zweynamigen Wurzeln, und theile diese Zahl zu erst in drey Classen, iede von zwey Zifern. Man suche ebenfalls die Quadratzahl, welche der ersten Classe 27 der gegebenen Zahl am nächsten kommt, nemlich hier 25, die Wurzel davon 5 ist hier wieder der erste Theil der Wurzel, und wird hinter den Strich an die Stelle des Quotienten gesezt. Das Quadrat des gefundenen ersten Theils der Wurzel 25 wird von der ersten Classe 27 abgezogen, und neben den Rest 2 der ersten Classe, die zweyte Classe 45 geschrieben. Nun wird der gefundene erste Theil der Wurzel 5 verdoppelt, und also 10 unter den Rest und die dabey stehende zweyte Classe gesezet, und die darüber stehende Zahl dadurch dividirt. Der hieraus entstehende Quotient 2, welcher der zweyte Theil der Wurzel ist, wird neben dem ersten Theil derselben hinter den Strich und zugeich neben dem doppelten des ersten Theils unter die zweyte Zifer der zweyten Classe gesezet. Hierauf wird mit eben diesen zweyten Theile der Wurzel 2 das doppelte und die darneben stehende Zifer multipliciret, und das Product 204 von den Rest der ersten und der zweyten Classe subtrahirt. Ist dieses geschehen, so wird wieder

der hier neben den Rest 41 als den Rest der zweyten Classe, die Zifern der dritten Classe 76 geschrieben. Nun werden wieder die gefundenen beyden ersten Theile der Wurzel 52 mit 2 vervielfältiget, und das Product 104 wird wieder unter den Rest der zweyten Classe und unter die drite Classe, nemlich unter 4176 gesezet, und darauf mit dieser Zahl in 4176 dividirt, der Quotient 4 als der dritte Theil der Wurzel neben 52 hinter den Strich und neben 104 gesezt, und alsdann 1044 mit 4 multiplicirt, und das Product 4176 von 4176 abgezogen. Z. E.

```
27|45|76|524 Wurzel
(25)
----------
 2|45|
(1|02)
 2|04|
----------
  |41|76
  (10|44)
  |41|76
----------
     |0
```

524 ist also genau die gesuchte Quadratwurzel von 274576, weil kein Rest, und auch keine Classe des Quadrats mehr übrig bleibt.

Die Ausziehung der viernamigen Wurzel geschiehet nun, auf eben die Art, und nach eben den Gründen, wie bey den dreynamigen Wurzeln. Z. E.

```
 19|07|94|24| 4368
(16)   |
 ------------
  3|07|
   (83)
  2|49|
 ------------
   |58|94|
   | 8|66|
   |51|96|
 ------------
      6|98|24
        |87|28
      6|98|24
 ------------
        | 0|
```

§. 78.

Bey der Ausziehung einer Cubicwurzel aus einer gegebenen Zahl finden die nemlichen Regeln statt, als wie bey der Quadratwurzelausziehung. Wie vielnamig die Cubicwurzel einer gegebenen Zahl sey, wird auch hier aus der Menge der gegebenen Zifern beurtheilet. Man theilet auch hier die gegebenen Zahlen von

der

der Rechten gegen die Linke in Classen ab, deren aber iede drey Zifern haben muß, doch kan die äusserste oder erste Classe zur Linken auch aus zwey oder einer Zifer bestehen. Und so viel nun eine gegebene Zahl solcher Eintheilungen hat, so vielnamig ist auch derselben Cubicwurzel. Z. E.

23|637|429|712|

Dieser gegebenen Zahl Cubicwurzel ist also viernamig, weil solche vier Abtheilungen enthält.

§. 79.

Enthält die gegebene Cubiczahl nicht über drey Zifern, so ist die Cubicwurzel einnamig; hat sie aber vier, oder fünf, oder sechs Zifern, so ist die Cubicwurzel zweynamig, u. s. w. Soll nun die Wurzel einer solchen aus sechs Zifern bestehenden Cubiczahl gefunden werden, so verfährt man dabey auf folgende Art. Z. E. Es soll aus der Zahl 456533 die Cubicwurzel gezogen werden, so theilet man erstlich diese gegebene Zahl in zwey Classen, iede von drey Zifern. Ist dieses geschehen, so suchet man in der obigen Wurzeltafel eine Cubiczahl, die der ersten Classe am nächsten kommt, aber

doch

doch kleiner seyn muß. Die Wurzel dieser Zahl 7 ist der erste Theil der gesuchten Cubicwurzel, und wird hinter den Strich gesezt. Die Cubiczahl 343 schreibt man unter die erste Classe der gegebenen Zahl, ziehet solche davon ab, und neben den Rest 113 wird die zweyte Classe 533 geschrieben, woraus die Zahl 113533 entsteht. Nun wird der gefundene erste Theil der Wurzel mit sich selbst, und das daraus entstehende Product 49 abermals mit 3 multiplicirt. Dieses Product 147 aber, wird unter die erste Zahl der zweyten Classe geschrieben. Hierauf dividirt man in die darüber stehende Zifern, und nimmt den Quotienten für den zweyten Theil der Wurzel an, welcher gleichfalls neben den ersten Theil derselben hinter den Strich gesezet wird. Mit diesen zweyten Theil der Wurzel wird alsdann der gebrauchte Divisor 147 multipliciret, das Product 1029 darunter geschrieben, und von dem darüberstehenden Zifern abgezogen. Zu dem Rest werden die zwey lezten Zifern der Classe herunter genommen, der zweyte Theil der Wurzel 7 mit sich selbst multiplicirt oder daraus das Quadrat 49 gemacht, dieses Quadrat 49 mit dem ersten Theil der Wurzel 7 und dieses Product wieder

mit

mit 3 multipliciret, dieses lezte Product 1029 aber unter das vorige gefundene Product so gesezet, daß die lezte Zifer unter die zweyte Zifer der zweyten Classe komme, und weiter gegen die linke Hand, wenn es aus mehrern Zifern besteht, und davon abgezogen. Zu diesem Rest nehme man wieder die lezte Classe 3 herunter, schreibe die Cubiczahl des zweyten Theils der Wurzel darunter und ziehe selbige ab. Z. E.

```
 456 | 533 ⌉ 77
 343 |     ⌊
 ---------
 113 | 533
 (14 | 7)
 102 | 9
 ---------------
  10 | 633
  10 | 29
 ---------------
       343
       343
 ---------------
         0
```

§. 80.

Man kan auch eine iede vielnamige Wurzel gleichsam als eine zweynamige ansehen und betrachten, und die Regeln für die Ausziehung einer ieden derselben unmittelbar aus dem,

was

was in Rücksicht der zweynamigen Wurzel gesagt worden ist, herleiten.

Eine iede dreynamige Wurzel ist wiederum eine zweynamige Wurzel, deren erster Theil aus zwey Zifern besteht. Z. E. Es soll von der gegebenen Zahl 4178923 die Cubicwurzel ausgezogen werden; so darf man nur die beyden ersten Classen 41 und 781, als die Cubiczahl einer zweynamigen Wurzel ansehen, und dazu die zweynamige Wurzel suchen. Die beyden gefundenen Zifern sind alsdann der erste Theil der Wurzel 3, und dessen Cubiczahl 27 ist durch die ganze bisherige Rechnung abgezogen worden. Zu dem, was bey diesen beyden Classen übrig bleibt, nimmt man dann die dritte Classe 923 herunter, quadrirt die beyden gefundenen Zahlen als den ersten Theil der Wurzel, und multiplicirt das Quadrat mit 3, sezet das Product 3468 unter die erste Zahl der dritten Classe von der Rechten gegen die Linke, und dividiret damit in die darüber stehende Zifern. Der Quotient oder Antheil ist der zweyte Theil der Wurzel 7, und wird also neben dem ersten Theil derselben geschrieben. Endlich werden die drey lezten Producte 24276 + 4998 +

343 zu-

343, zusammen addiret und abgezogen. Die Wurzel, die hier gefunden worden, ist also 347, wie folgendes Exempel zeigt:

41	781	923	347
27	:::	:::	
14	781	:::	
(2	7):	:::	
10	8::	:::	
1	44:	:::	
	64	:::	
12	304	:::	
2	477	923	
	(346	8):	
2	427	6::	
	49	98:	
		343	
2	477	923	
		0	

§. 81.

Nach eben diesen Gründen, verfährt man bey der Ausziehung der vier- und allen übrigen vielnamigen Wurzeln, und es ist daher unnöthig zur Erlangung einer allgemeinen Kenntniß mehrere Exempel anzuführen.

Siebenter Abschnitt.

Von den Verhältnissen, Proportionen und Progressionen.

§. 82.

Wenn man die Größe einer Zahl mit der Größe einer andern Zahl vergleicht, oder durch eine andere Zahl bestimmt, so heißt dieses ein Verhältniß dieser Zahlen. Ein Verhältniß ist also die Beziehung einer Zahl auf die andere. Das Verhältniß zweyer Zahlen findet man also auch durch ihre Vergleichung, und wenn man dabey nur auf die Größe siehet, welche die eine gegen die andere hat. Die beyden Zahlen des Verhältnisses, werden die Glieder desselben genannt. Die Bestimmung einer Zahl durch eine andere kan nur auf eine doppelte Art geschehen, entweder, daß man anzeigt, um wie viel oder wie viel mal die eine Zahl größer oder kleiner sey, als die an-

dere

dere; es giebt daher auch nur zwey Arten der Verhältnisse, und diese werden eingetheilet, in arithmetische und geometrische Verhältnisse. Ein arithmetisches Verhältniß entstehet, wenn man durch die Subtraction findet, um wie viel eine Zahl größer oder kleiner sey, als die andere, oder dadurch untersuchet, um wie viel sie von einander unterschieden sind. Ein geometrisches Verhältniß entstehet, wenn man durch die Division untersuchet, wie vielmal eine Zahl größer oder kleiner sey, als die andere. Das arithmetische Verhältniß zweyer Zahlen bezeichnet man dadurch, daß man zwischen beyde einen Strich machet, oder das Subtractions Zeichen (—) sezet, weil solches durch die Subtraction bestimmt wird. Z. E. 3 — 9 oder 9 — 3. Ein geometrisches Verhältniß aber wird dadurch bezeichnet, daß man zwischen beyde Zahlen zwey unter einander stehende Puncte oder das Divisions Zeichen (:) schreibet, weil hier durch die Division das Verhältniß bestimmt wird. Z. E, 3 : 9 oder 9 : 3. In beyden Verhältnissen wird das Zeichen desselben durch zu gelesen, z. E. 3 zu 9, oder 9 zu 3. Ist in einem von diesen Verhältnissen das vordere Glied größer als das hintere,

so wird dasselbe ein abnehmendes, im entgegengesezten Falle aber ein **zunehmendes Verhältniß** genannt.

§. 83.

Die Zahl, welche in dem arithmetischen Verhältniße durch die Subtraction gefunden wird, heißt der **Unterschied** oder die **Differenz der Glieder**; hingegen die Zahl, welche in einem geometrischen Verhältnisse durch die Division heraus gebracht wird, wird der **Name des Verhältnisses** oder der **Exponent** genannt. Z. E. In dem Verhältnisse 9 — 13 ist die Differenz der Glieder = 4, und in dem geometrischen Verhältnisse 15 : 5 ist der Exponent = 3.

§. 84.

Ist die Differenz der Glieder in zweyen arithmetischen Verhältnissen einerley, sie seyen gleich abnehmende oder zunehmende Verhältnisse, so sind es **zwey gleiche arithmetische Verhältnisse**; und ist der Exponent in zweyen geometrischen Verhältnissen eben derselbe, so sind es in diesem Falle **zwey gleiche geometrische Verhältnisse**. Das gewöhnliche Zeichen

chen der Gleichheit (=) drückt auch hier die Gleichheit der Verhältnisse aus, und wird (wie) gelesen. Z. E. das arithmetische Verhältniß 8 — 11 ist gleich dem Verhältnisse 4 — 7, Folglich heist 8 — 11 = 4 — 7 so viel, als: 8 zu 11 verhält sich wie 4 zu 7. Und das geometrische Verhältniß 9 : 3 ist gleich dem Verhältnisse 15 : 5, folglich heist auch hier 9:3 = 15 : 5 so viel, als: 9 zu 3 verhält sich wie 15 zu 5.

§. 85.

Eine Proportion besteht aus zwey Verhältnissen, welche einerley Differenz oder einerley Exponenten haben, und aus vier Gliedern; und bey der Proportion verhält sich immer das erste Glied zum zweyten, wie das dritte zum vierten. Z. E. Die vier Zahlen 2, 4, 3, 6, stehen in einer Proportion, weil die beyden ersten sowohl, als die beyden letztern, wenn man sie in Verhältnisse sezet, einerley Exponenten 2 haben.

Die Proportionen werden auch eingetheilet, in arithmetische und geometrische Proportionen. Wenn die gleichen Verhältnisse ei-

ner Proportipn, arithmetische Verhältnisse sind, so ist es auch eine aritbmetische Proportion; sind aber im Gegentheil die beyden gleichen Verhältnisse geometrische Verhältnisse, so ist es alsdann eine geometrische Proportion. Z. E. 1 — 3 = 2 — 4 ist eine arithmetische, aber 2:4 = 3:6 eine geometrische Proportion.

Ist das zweyte und dritte Glied, in beyden sowohl arithmetischen als geometrischen Proportion, eine und dieselbe Größe, so wird eine solche Proportion alsdann eine stetige oder continuirliche Proportion, im entgegengesezten Fall aber eine unstetigc oder abgesonderte Proportion genennet. Z. E. 5 — 7 = 7 — 9 und 12 — 8 = 8 — 4 sind stetige, und 5 — 7 = 6 — 8, ingleichen 9 — 5 = 11 — 7 sind unstetige und zwar arithmetische Proportionen; hingegen 4:8 = 6 : 12 und 15 : 3 = 20 : 4 sind unstetige, und 7 : 14 = 14 : 28, wie auch 12 : 6 = 6 : 3 sind stetige und zwar geometrische Proportionen. Eine iede stetige Proportion wird auch nur mit 3 Gliedern geschrieben, weil solche nur

aus

aus dreyen Gliedern bestehet, indem immer das zweyte und dritte Glied einander gleich sind. Z. E. Die arithmetische stetige Proportion 5 — 7 = 7 — 9, wird folgendergestalt geschrieben, = 5 — 7 — 9, und die geometrische stetige Proportion 7 : 14 = 14 : 28 also: = 7 : 14 : 28.

§. 86.

Was die allgemeine und **wesentliche Eigenschaft** einer **arithmetischen Proportion** anbetrift, so ist die Summa des ersten und vierten Gliedes, oder der beyden äussersten Glieder, allemal der Summa des zweyten und dritten Gliedes, oder der beyden mittelsten Glieder gleich. Z. E. Wenn in der Proportion 3 — 4 = 5 — 6 das erste und vierte Glied, oder die beyden äussersten Glieder 3 und 6 addiret werden, so ist die Summa 9, und eben diese Zahl 9 wird gefunden, wenn man das zweyte und dritte Glied, oder die beyden mittelsten Glieder 4 und 5 addiret.

Wenn also in einer arithmetischen unstetigen Proportion ein äusseres Glied fehlt, so wird solches gefunden; wenn man die beyden

mittlern Glieder addiret, und das bekannte äussere Glied davon abziehet. Z. E. Es sollte zu der unstetigen Proportion 4 — 7 = 5 — 8 das äusserste und vierte Glied 8 unbekannt seyn, und erst gefunden werden, so addire man die beyden mittelsten Glieder 7 und 5, deren Summa 12 ist, nun von dieser Summa 12 das äusserste bekannte Glied 4 abgezogen, gibt das noch unbekannte vierte Glied 8. Fehlt ein mittleres Glied, so findet man selbiges, wenn man die beyden äussern Glieder addiret, und das bekannte mittlere Glied davon abziehet.

In einer arithmetischen stetigen Proportion wird ein noch fehlendes äusseres Glied gefunden, wenn man das mittelste Glied mit 2 multipliciret und davon das bekannte äussere Glied abziehet. Z. E. Wenn in der Proportion = 5 — 7 — 9 das äusserste Glied 9 noch unbekannt wäre, so findet man es, wenn das mittlere Glied 7 mit 2 multipliciret, und von dem Product 14 das erste Glied 5 abgezogen wird. Der Rest 9 giebt demnach das gesuchte vierte Glied. Sollte aber z. E. das mittlere Glied 7 unbekannt seyn, so findet man

solches, wenn man die beyden gegebenen äusseren Glieder 5 und 9 addiret, und die Summa 14 durch 2 dividiret, der Quotient ist 7 und also die gesuchte mittlere Proportionalzahl zwischen 5 und 9, denn 5 verhält sich zu 7, wie 7 zu 9.

§. 87.

Die **wesentliche Eigenschaft** einer **geometrischen Proportion** bestehet darinnen, daß das Product aus den beyden äussern Gliedern allemal dem Product aus den beyden mittlern Gliedern gleich ist. Z. E. Wenn in der Proportion 3 : 9 = 4 : 12 das erste Glied 3 mit dem vierten 12 multipliciret wird, so ist das Product 36. Eben diese Zahl 36 findet man, wenn die mittlern Glieder 9 und 4 multipliciret werden.

Wenn demnach in einer unstetigen geometrischen Proportion ein äusseres Glied fehlt, so findet man solches, wenn man die beyden mittlern Glieder mit einander multipliciret, und dieses Product durch das bekannte äussere Glied dividiret. Z. E. Wenn in der obigen Proportion das vierte Glied 12 unbekannt

wäre, so kan man es finden, wenn man die mittlern Glieder 9 und 4 mit einander multipliciret, und das Product 36 durch das erste Glied 3 dividiret. Der Quotient 12 gibt das gesuchte vierte Glied. Ein mittleres fehlendes Glied in einer unstetigen geometrischen Proportion aber wird gefunden, wenn man die beyden äussern Glieder mit einander multiplicirt, und das Product durch das bekannte mittlere Glied dividiret.

Ist in einer geometrischen stetigen Proportion eins der beyden äussern Glieder unbekannt; so darf man nur, um selbiges zu finden, das mittlere Glied quadriren, und durch das bekannte äussere Glied dividiren. Z. E. In folgender Proportion = 4 : 8 : 16 soll die äussere Zahl 16 als unbebekannt gefunden werden, so quadrirt man die mittlere Zahl 8, und dividirt mit der äussern bekannten Zahl 4 das hieraus entstehende Product 64, so gibt der Quotient 16 wieder das gesuchte vierte Glied. Und da in einer stetigen Proportion die mittlern Glieder einander gleich sind, folglich iedes ein Factor ist, welcher mit sich selbst multiplicirt ein Product gibt, so dem Product, aus den äussern Gliedern gleich ist,

so

so kan die mittlere geometrische Proportionalzahl gefunden werden, wenn man die beyden äussern Glieder mit einander multiplicirt, und aus diesem Product eine Quadratwurzel ziehet. Z. E. Es soll die mittlere geometrische Proportionalzahl zwischen 4 und 9 gefunden werden, so werden diese beyden Zahlen mit einander multipliciret, das Product ist 36. Da nun von 36 die Quadratwurzel 6 ist, so ist auch diese Zahl die gesuchte Proportionalzahl zwischen 4 und 9; denn 4 verhält sich zu 6 wie 6 zu 9.

§. 88.

Die vier Glieder einer Proportion lassen sich achtmal versezen, ohne daß sie aufhören einander proportionirt zu seyn, man zerlegt nur ledes der zwey gleichen Producte in zwey Factoren, und macht aus den Factoren des einen Products die beyden äussern Glieder, und eben so aus den Factoren des andern Products die beyden mittlern Glieder. Folgende Exempel können zur Erläuterung dienen, wornach auch alle andere sowohl arithmetische als geometrische Proportionen versezt werden können. Z. E.

1 — 2 = 3 — 4	1 : 2 = 3 : 6
1 — 3 = 2 — 4	1 : 3 = 2 : 6
2 — 1 = 4 — 3	2 : 1 = 6 : 3
2 — 4 = 1 — 3	2 : 6 = 1 : 3
3 — 1 = 4 — 2	3 : 1 = 6 : 2
3 — 4 = 1 — 2	3 : 6 = 1 : 2
4 — 2 = 3 — 1	6 : 2 = 3 : 1
4 — 3 = 2 — 1	6 : 3 = 2 : 1

Die Glieder einer Proportion können daher auf unzählige Weise verändert werden, ohne daß dadurch die Proportlon selbst geändert werde. Denn wenn zu beyden Gliedern eines arithmetischen Verhältnisses einerley Zahl addiret oder davon subtrahiret wird, wenn beyde Glieder eines geometrischen Verhältnisses durch einerley Zahl multipliciret oder dividiret werden, so wird die Größe der Verhältnisse dadurch nicht verändert, weil im ersten Fall die Differenz, im andern der Exponent dersellben bleibet, woraus die Größe eines Verhältnisses beurtheilet werden muß.

§. 89.

Eine Reihe Zahlen, welche in einer stetigen Proportion auf einander folgen, oder in einer solchen Ordnung fortgehen, daß immer drey auf einander folgende Glieder für sich eine stetige Proportion ausmachen; so wird diese Reihe eine Progression genennet. Die Progression wird arithmetisch genannt, wenn die Glieder derselben in einer arithmetischen Proportion stehen; geometrisch heißet sie, wenn die Glieder derselben in einer geometrischen Proportion sind. Uebrigens sind auch beyde Arten Progressionen entweder wachsende oder abnehmende Progressionen z. E.

Arithmetische Progressionen.

Wachsende.

÷ 3—6—9—12—15—18—21—24.

Abnehmende.

÷ 20—18—16—14—12—10—8—6

Geometrische Progressionen.

Wachseude.

∷ 3 : 6 : 12 : 24 : 48 : 96 : 192 : 384

Abnehmende.

∷ 32 : 16 : 8 : 4 : 2 : 1 : $\frac{1}{2}$: $\frac{1}{4}$.

§. 90.

§. 90.

Die Summa der beyden äusserſten Glieder einer arithmetiſchen wachſenden oder abnehmenden Progreſſion iſt allemal der Summa zweyer Glieder, die von beyden äusserſten Gliedern gleichweit abſtehen, vollkommen gleich. Z. E.

÷3—6—9—12—15—18—21—24
12 9 6 4

ſo iſt 27=27=27=27

Iſt aber die Anzahl der Glieder in einer Progreſſion ungleich, ſo iſt die Summa der beyden äusserſten Glieder, gleich dem mittelſten Glied zweymal genommen. Z. E.

÷20—18—16—14—12—10— 8
14 16 18 20

ſo iſt 28=28=28=28

§. 91.

In Anſehung dieſer Eigenſchaft einer arithmetiſchen Progreſſion, iſt auch die Summa aller Glieder mit einer ieden arithmetiſchen Progreſſion leicht zu finden. Man darf nur

das

das erste und lezte Glied addiren, und diese Summa mit der halben Anzahl der Glieder der Progression multipliciren. Z. E Man wollte die Summa aller Glieder der Progression

=4—6—8—10—12—14—16—18

finden, so addiret man das erste Glied 4 und das lezte Glied 18, und multiplicirt die Summa 22 mit 4 als der halben Anzahl aller Glieder, das Product 88 giebt die gesuchte Summa, folglich ist = 4 + 18 × 4 = 88.

§. 92.

Das Product der beyden aussersten Glieder einer richtigen geometrischen Progression ist stets einem ieden Product zweyer Glieder gleich, welche von den beyden äussersten Glieder gleichweit entfernet sind.

═	2 :	4 :	8 :	16 :	32 :	64 :	128 :	256
				16	8	4	2	
so ist				512	512=	512=	512	

Bey einer ungeraden Anzahl der Glieder ist aber das Product der beyden aussersten Glieder gleich dem Quadrat des mittelsten Gliedes. Z. E.

═ 1 :

$$= 1 : 2 : 4 : 8 : 16 : 32 : 64$$

8	4	2	1
so ist 64 =	64 =	64 =	64

§. 93.

Die Summa aller Glieder in einer geometrischen Progression wird gefunden, wenn man den Unterschied des ersten und lezten Gliedes durch den um 1 verringerten Exponenten dividiret, und zu diesem Quotient das lezte Glied addiret.

Achter Abschnitt.

Von der Regel de Tri.

§. 94.

Die Regel de Tri ist diejenige Rechnungsart, worinnen man aus den drey ersten bekannten Proportionsglieder das vierte, wenn es unbekannt ist, finden lernet. Sie bestehet überhaupts darinnen, daß man die drey gegebenen Zahlen, nebst der unbekannten, in eine solche Proportion seze, daß das unbekante Glied darinn das vierte werde, und daß man alsdann die beyden mittlern Glieder dieser Proportion mit einander multiplicire, und das Product durch das erste Glied dividire; der Quotient zeigt das vierte und unbekannnte Glied an. Hauptsächlich ist dabey zu bemerken, daß bey benannten Zahlen, welche hier gemeiniglich nur vorkommen, die Glieder der Verhältnisse, wenn sie aus verschiedenen Einheiten bestehen, in die kleinsten Einheiten von einer-

einerley Benennung verwandelt, auch, wenn Brüche dabey sind, dieselben eingerichtet werden müssen. Dasienige Glied, welches etwann aus Gulden, Kreuzern und Pfennigen bestehen sollte, muß also zu erst in Pfennige verwandelt werden. Und das gefundene vierte Glied erhält allemal die Benennung, welche das zweyte Glied hat.

§. 95.

Die Regel de Tri wird auch eingetheilet, in die einfache oder eigentliche **Regel de Tri**, wenn drey Glieder aus einer einzigen Proportion gegeben sind, deren viertes unbekanntes Glied zu suchen ist; und in die zusammengesezte Regel de Tri, wenn mehrere Glieder aus verschiedenen Proportionen gegeben sind, dazu ein oder mehrere unbekannte Glieder zu suchen sind. Beyde werden aber auch gemeiniglich in eine gerade und umgekehrte Regel de Tri eingetheilet. Folgende Exempel werden alles dieses mit mehrern erläutern.

§. 96.

Von der einfachen, oder eigentlichen Regel de Tri.

Die einfache Regel de Tri wird, wie im vorigen § angemerket worden ist, in die gerade und umgekehrte eingetheilet, davon die Exempel der erstern Art, nemlich der einfachen geraden Regel de Tri, wieder eingetheilet werden können, theils in solche, welche im ersten Glied 1 haben; theils in solche, welche im zweyten oder dritten Gliede 1 haben; theils in solche, welche in allen gegebenen Gliedern mehrere Einheiten, oder eine solche einzelne Einheit haben, die erst in mehrere Einheiten einer niedrigern Ordnuug verwandelt werden muß.

§. 97.

Ueberhaupts lassen sich die Geseze der einfachen geraden Regel de Tri in folgende Regel einschränken; erstlich ordne man die Glieder der Proportion so, daß dasienige Glied, welches mit dem vierten gesuchten gleiche Benennung erhält, zum zweyten Glied werde. Die andern zwey gleichnamigen Glieder mache

man zum ersten und dritten Gliede, so, daß dasienige Glied, worauf sich die Frage eigentlich bezieht, zum dritten Gliede, das übrige hingegen zum ersten Glied genommen und angesezet werde; zweytens multiplicire man das zweyte Glied mit dem drittten, und dividire das Product davon durch das erste Glied. Der gefundene Quotient zeigt das gesuchte vierte Glied an.

§. 98.

Hier folgen Beyspiele der einfachen geraden Regel de Tri, welche im ersten Glied 1 haben, wo nur das zweyte und dritte Glied mit einander multipliciret werden darf, um das vierte zu finden, weil 1 nicht dividiret, als:

1) Es kostet 1 Pfund 3 Gulden, wie viel kosten 9 Pfund? Bey dergleichen Exempel ist gar keine Versezung des zweyten und dritten Gliedes nöthig, indem man einerley Product erhält, man mag entweder 9 mit 3, oder 3 mit 9 multipliciren, nur muß allezeit das gefundene vierte Glied die Benennung des zweyten bekommen. Das Product 27 gibt hier sogleich das gesuchte vierte Glied

oder

oder das Facit. Die Rechnung selbst ist folgende:

1 ℔ kostet	3 fl	— was kosten	9 ℔	
	9		3	
	27 Facit.		27 Facit.	

2) Es kostet 1 Pfund 2 fl. 24 kr. wie viel kosten 8 Pfund? Hier müssen die 2 fl. 24 kr. zu erst in Kreuzer, und alsdann erst mit dem dritten Glied multipliciret werden. Das Product 1152 als das gesuchte vierte Glied, bedeutet hier Kreuzer, weil das dritte Glied in Kreuzer verwandelt worden, folglich müssen solche mit 60 dividiret werden, um sie zu Gulden und Kreuzern zu machen, als:

```
℔        fl.  kr.                  ℔
 1 kostet 2 , 24 —— was kosten 8
            60
           ----
           144
             8
       ---------
       60|1'152(19 fl 12 kr. Facit.
          6:0
        -----
          55:
          54:
         -----
          12 kr.
```

Eben dieses Exempel kan auch auf folgende noch kürzere Art gerechnet und bey allen Exempeln angewendet werden, welche im dritten Glied nur eine Zifer haben. Hier werden zu erst die Kreuzer mit 8 multiplicirt, und und alsdann die Gulden, zu welchen die von Kreuzern übriggebliebenen 3 Gulden, sogleich addiret werden, als:

℔		fl	kr.		℔
1	kostet	2 ≠	24	— was kosten	8
			8		
		19 ≠	12 kr.	Facit.	

3) Was kosten 4 Centner, wenn 1 Pfund 2 Gulden 9 Kreuzer 3 Pfennig kostet? Bey dieser Rechnung müssen zu erst die Gulden, Kreuzer und Pfennige in Pfennige, und die Centner in Pfunde verwandelt werden, als:

```
℔      fl kr. ₰             C
1 kostet 2 : 9 : 3, wie viel kosten 4
         60                    100
      ———————              ————————
        129 kr.                400 ℔
          4
      ———————
        519 ₰
         400        (60)
      ———————
   4|207600|51900|865 fl Facit.
      20::::  48::0
      ——      ——
       7:::   39:
       4:::   36:
      ——      ———
       36::    30
       36::    30
      ————    ————
       000     0
```

4) Kostet 1 Pfund 5 Gulden 30 Kreuzer, und man wollte wissen, wie viel 3 ⅔ Pfund kosten, so muß man nicht nur die 5 Gulden und 30 Kreuzer in Kreuzer verwandeln, sondern auch den Bruch 3 ⅔ einrichten, und alsdann mit den Kreuzern multipliciren. Z. E.

```
℔        fl. kr.              ℔
1 kostet 5 : 30 , was kosten 3 2/3
            60               11/3
         ------
           330
            11
         ------
           330
          330      (60)
         ------
      3|3630|1210|20 fl 10 kr. Facit.
        3:::  12:0
        ----  ----
         6::   10 kr.
         6::
         ---
          3:
          3:
         ---
          0
```

5) Sind im zweyten und dritten Gliede Brüche, so müssen beyde vorher eingerichtet und damit auf folgende Art verfahren werden. Z. E.

Elle fl. kr. Ellen
1 kostet 2:6 $\frac{2}{3}$, was kosten 3 $\frac{3}{5}$

$\frac{18}{5}$

60

126 $\frac{2}{3}$ kr.

380
18

3040
380 (60)

15|6840|456|7 fl. 36 kr. Facit.
60 : : 42

84 : 36
75 :

90
90

0

6) Ist der Werth des dritten Gliedes vom ersten verschieden; z. E. Es kostet 1 Quint 1 Gulden 25 $\frac{3}{8}$ Kreuzer, wie viel kosten 4 $\frac{5}{6}$ Mark? so muß das dritte Glied den nemlichen Werth des ersten Glieds erhalten, und daher hier der Bruch, welcher den Marken angehängt ist, erst in Lothe und Quinte resolviret werden, weil im ersten Glied 1 Quint stehet. Nun enthalten aber $\frac{5}{6}$ Mark 13 Loth 1 $\frac{1}{3}$ Quint, folglich ist das Exempel also aufzusezen:

 1 Quint

Qu. fl. kr. Mk. Lt. Qu.
1 kostet 1 : 25 $\frac{3}{8}$, was kosten 4 : 13 : 1 $\frac{1}{3}$

```
        60                      16
      -----                   -----
      85 3/8                    77
      ------                     4
      683/8                   -----
                              309 1/3
                              -------
                               928/3

      928
      683
    ------
     2784
    7424
   5568         (60)
  --------
24|633824|26409|440 fl. 9 1/3 kr. Fac.
   48        24: 0
   ---       -----
   153        24
   144        24
   ---       ---
     98        0
     96
     ---
     224
     216
     ---
     (8)
```

§. 99.

Bey Exempeln der einfachen geraden Regel de Tri, welche im dritten Gliede 1 haben, darf man nur, weil 1 nicht multipliciret, das zweyte Glied durch das erste Glied theilen, der Quotient ist allezeit das gesuchte Facit, dessen Benennung aber dem zweyten Glied gleich seyn muß. Z. E.

1) 8 Pfund kosten 24 Gulden, was kostet 1 Pfund? Hier wird also blos 24 mit 8 dividiret, und der Quotient 3 gibt das gesuchte Facit, als:

℔ fl. ℔
8 kosten 24 was kostet 1 Facit 3 Gulden.

2) besteht das zweyte Glied aus verschiedenen Einheiten, als z. E. aus Gulden, Kreuzern und Pfennigen, so müssen solche erst unter die Benennung der geringsten Einheiten gebracht, und alsdann erst durch das erste Glied getheilet werden, als:

```
Lt.        fl.  kr. ℌ        Lt.
12 kosten  16 : 24 : 3,  ——  1
               60
           ———————
              984
                4   (4) (60)
          ——————————
  12 | 39 39 [328 [82] 1 fl. 22 kr. ¼ ℌ
       36 :   32 :  60 [           Facit.
      ————   ————  ————
       3 3     8   22 kr.
       2 4     8
      ————   ————
       99      0
       96
      ————
       3/12
```

3) Es kosten 16 Pfund 17 Loth 42 Gulden 28 Kreuzer 3 Pfennige, wie viel kostet 1 Loth? Hier müssen zu erst die Pfunde im ersten Glied zu Lothen gemacht werden, weil man wissen will, wie viel 1 Loth kostet, und mit diesen wird alsdann in das zweyte Glied dividiret, die Rechnung selbst ist folgende:

```
℔  Lt.             fl.  kr. ℌ           Lt.
16 : 17   kosten  42 : 28 : 3, was kostet 1
32                   60
————               ————
39                  2548
49                     4  (4)
————             ——————
529     529 | 10195 ⌊ 19 ⌉ 4 kr.  3 144/529 ℌ
                529      16 ⌊         Facit.
           ————————————
                4905  (3)
                4761
           ————————————
                (144)
```

4) Es kosten $27\frac{1}{2}$ Klafter 77 Gulden $23\frac{2}{3}$ Kreuzer, wie viel kostet 1 Klafter? So ist die Rechnung also:

```
Klft.       fl   kr.        Klafter.
27 1/2 kosten 77 : 23 2/3 —— 1
————          60
55/2      ————————
           4643 2/3
          ————————
           13931
               2       (60)
          ————————
165 | 27862 | 168 ⌊ 2 fl 48 142/165 kr. Facit.
      165 : : ⌊ 12
      ————    ————
      1126 :  (48)
       890 :
      ————————
      1462
      1320
      ————————
      (142)
```

§. 100.

In Exempeln der einfachen geraden Regel de Tri, welche in allen gegebenen Gliedern mehrere Einheiten haben, deren geringere Ordnung erst zu suchen ist, müssen die beyden mittlern Glieder in einander multipliciret, und das Product durch das erste Glied dividiret werden. Z. E.

1) Es kosten 3 Pfund 6 Gulden, was kosten 8 Pfund? Hier wird also das zweyte und dritte Glied 6 und 8 mit einander multiplicirt, und das Product 48 mit dem ersten Gliied 3 dividirt, der Quotient 16 ist das gesuchte Facit. Die Rechnung ist folgende:

℔		fl		℔
3	kosten	6	— was kosten	8
		8		

3 | 48 | 16 fl Facit.
3 :
18
18
0

2) Es

2) Es kosten 6 Pfund 24 Loth 34 Gulden 57 Kreuzer, wie viel kosten 17 Pfund? Die Rechnungsart ist folgende.

```
 ℔  Lt.          fl.  kr.          ℔
 6 : 24  ——  34 : 57  ——  17
 32              60                32
———————      ——————————      ——————————
216 Lt.         2097               34
                 544               51
             ——————————      ——————————
                8388              544 Lt.
               8388
            10 485          (60)
          ————————————————
216 | 11·407 68 [5281] 88 fl 1 2/28 kr.
        10 8 0: :: 48:0 [          Facit.
      ——————————   ————————
          6·07 ::  48
          4 32 ::  48
        ——————————  ——————
          175·6:    0
          1728:
             288
             216
          ——————————
             (72)
```

3) Es

3) Es kosten 5 Mark 13 Loth 2 Quint, 52 Gulden 5 Kreuzer 2 Pfennige, was kosten 7 Mark 9 Loth 3 Quint? Dieses Exempel wird also gerechnet:

```
 M. Lt. Qu.   fl. kr. ₰    M. Lt. Qu.
 5 : 13 : 2 — 52 : 5 : 2 — 7 : 9 : 2
 16                60         16
 ---              ----        ---
 93             3 125         121
  4                 4           4
 ---          -------         ---
 374           1 2 502        487 Quint.
                   487
              --------
                87 514
              1000 16
              5000 8             (4)   (60)
        ---------------------
 374 | 6'0 8 8 474 [ 16279 [ 4069 [ 67 fl.
       3 7 4 : ::    16::::   36:  | 49 kr.
       -------      -----    ----  | 3 64/187
       2 3 4 8 :::    27:     46   [ ₰ Fac.
       2 2 4 4 :::    24:     42
       ---------    -----------
       1'0'4'4::      39      49 kr.
         7 4 8::       9E
       ---------     ----
         2 9 67:      3₰
         2 6 18:
        --------
          3 494
          3 366
        --------
          (128)
```

§. 101.

Was die Beyspiele der **umgekehrten Regel de Tri** anbetrift, so muß bey solchen zu erst untersucht werden, welches Glied in der Proportion, davon drey Glieder bekandt sind, fehle, und hier ist gemeiniglich das zweyte, das noch zu suchende Glied. Diese Regel heist auch deswegen die umgekehrte Regel de Tri, weil hier die Fragzahl der Theiler ist, welcher zuvor die erste Zahl war. Man kan sie auch in die ordentliche oder gerade verwandeln, wenn man die Fragzahl voran sezet. Bey der Rechnung selbst ist folgende Regel zu beobachten, als: man multipliciret die erste und zweyte Zahl, und dividiret das Product mit den dritten Saz, oder der Fragzahl. Der Quotient ist der gesuchte vierte Saz. Oder, man dividiret den ersten Saz mit den dritten und multipliciret den Quotienten mit dem zweyten Saz. Hier ist das Product der gesuchte Saz. Diese Rechnungsart kan nur da angewendet werden, wo das dritte Glied der Proportion größer, als das erste Glied ist, und dessen ohngeachtet das gesuchte vierte Glied kleiner als das zweyte, werden soll, und wo

das dritte Glied der Proportion kleiner als das erste Glied, und doch das gesuchte vierte Glied größer, als das zweyte, werden soll. Folgende Exempel werden solches mit mehrern erläutern. Z. E.

1) Zur Vollbringung einer Arbeit in 40 Tagen, werden dreyßig Arbeiter erfordert, in wie vielen Tagen werden wohl 60 Arbeiter solche verrichten können? Hier ist das gesuchte vierte Glied kleiner, als das zweyte, obgleich das dritte Glied größer, als das erste ist. Die Rechnung ist folgende:

Arb. Arb. Tage.
60 : 30 ⋈ 40
40
60 | 1200 | 20 Tage. Facit.
12:
0

2) 36 Arbeiter brauchen zu ihren Geschäfte 48 Stunden, wie viel Stunden brauchen wohl 96 Arbeiter zu eben diesen Geschäfte? Die Rechnung ist wieder die nemliche:

96 Arb.

```
Arb. Arb.       Stund.
96 : 36 × — 48
             36
        ------
            288
           144
        ------
        96|1'7'2 8|18 Stunden. Facit.
           96 :
        ------
           768
           768
        ------
             0
```

3) Zur Anlegung eines Gartens in sechs Wochen werden 36 Arbeiter erfordert, in wie viel Wochen können wohl 12 Arbeiter solche zu Standte bringen? Hier ist das dritte Glied kleiner, als das erste Glied, das zu suchende vierte Glied muß also größer, als das zweyte werden. Die Rechnung ist wieder folgende:

```
Arb. Woch. Arb.
 12 : 6 × 36
           6
      ------
      12|216|18 Wochen. Facit.
         12
      ------
         96
         96
      ------
          0
```

4) Zu einem Kleide brauche ich 8 Ellen, $2\frac{1}{2}$ Ellen breites Tuch, wie viel Ellen Futtertuch brauche ich, wenn solches nur $1\frac{1}{2}$ Ellen breit ist. Hier ist die Rechnung folgende:

Ell. Ell. Ell.

$1\frac{1}{2}$: 8 — $2\frac{1}{2}$

$\frac{3}{2}$ 5 $\frac{5}{2}$

3|40|$13\frac{1}{2}$ Ellen. Facit.

3:

10

9

(1)

§. 102.

Von der zusammen gesezten Regel de Tri.

Zu der zusammen gesezten Regel de Tri, wenn mehrere Glieder aus einer einigen Proportion gegeben sind, dazu ein oder mehrere unbekannte Glieder zu suchen sind, gehöret insonderheit die Regel von Fünfen, oder de Quinque, die Ketten Regel, und die Gesellschafts-Rechnung, deren iede wieder in die gerade und umgekehrte eingetheilet wird.

§. 103.

§. 103.

Was die Regel von Fünfen, oder, de Quinque anbetrift, die ihren Namen daher erhalten hat, weil in den Exempeln, welche nach derselben aufgelöst werden sollen, gewöhnlicher Weise fünf Proportionalzahlen gegeben werden, so ist dabey vorzüglich zu bemerken, daß die hiezu gehörigen Exempel auf zweyerley Art berechnet werden können; entweder, es werden aus den gegebenen fünf Gliedern zu erst drey, welche zusammen gehören, in eine Proportion gesezet, und das vierte Glied gefunden, hierauf wird dieses gefundene vierte Glied mit den beyden übrigen gegebenen in eine andere Proportion gesezet, und dazu wieder das vierte Glied gefunden, welches das gesuchte Facit ist; oder, es werden von den fünf gegebenen Gliedern zwey Glieder, welche einerley Benennung haben, mit zwey andern, welche auch einerley Benennung haben, multipliciret, iedoch so, daß beyde Factoren sich auf einander beziehen, hierauf werden diese beyden Producte mit dem übrigen gegebenen Gliedern in eine Proportion gesetzet, zu welcher das vierte Glied gefunden wird, und dieses ist abermal das gesuchte Facit.

§. 104.

Exempel der geraden oder directen Regel von Fünfen, oder de Quinque. Z. E.

1) Es macht 1 Mann 3 Stück Arbeit in 1 Tag, wie viel werden wohl 9 Mann in 7 Tagen verfertigen können? Die Rechnung ist folgende:

1 Mann : 9 Mann = 3 Stück : 27 Stück
1 Tag : 7 Tage = 27 Stück : 189 Stück

oder:

1 Mann 9 Mann
1 Tag 7 Tage

1 : 63 = 3 Stück : 189 Stück.

2) In 1 Tag können 2 Mann 5 Stück Arbeit verfertigen, wie viel Stück werden wohl 12 Mann in 9 Tagen verfertigen können? Hier ist es wieder sehr einleuchtend, weil 12 Mann in 9 Tagen mehr, als 2 Mann in 1 Tag verrichten können, daß das vierte Glied größer als das dritte, folglich das zweyte größer als das erste seyn müsse. Diesem nach ist die Rechnung also:

2 Mann:

2 Mann : 12 Mann = 5 Stück Arbeit.

5

2|60|30 Stk. Arbeit.

1 Tag : 9 Tagen = 30 Stk. Arb. : 270 S. A.

oder

2 Mann 12 Mann
1 Tag 9 Tage

2 : 108 = 5 Stk.

5

2|540|270 Stück Arbeit.

4::

14:

14:

00

§. 105.

Bey den Exempeln der **umgekehrten** Regel von Fünfen ist vorzüglich nur auf die rechte Untersetzung des Verhältnisses zu sehen. Auch ist zu bemerken, daß alle Exempel der geraden Regel von Fünfen, zu Exempeln der umgekehrten Regel von Fünfen gemacht werden können, daher diese beyden Regeln einander gegenseitig zur Probe dienen. Folgende Exempel dienen zur Erläuterung.

1) Von 1 Arbeiter können in 1 Tag 3 Stück Arbeit verfertiget werden, wie viele Arbeiter werden wohl erfordert, um in 7 Tagen 189 Stück Arbeit zu Stande zu bringen? — Dieses Exempel ist zugleich die Probe des angeführten ersten Exempels der geraden Regel von Fünfen, und die Rechnung ist also:

1 Tag : 7 Tage = 3 Stk. 21 St.
21 Stk. : 189 Stk. = 1 Arb. : 9 Arbeit.

oder:

3 Stk. : 189 Stk. = 1 Arb. : 63 Arb.
7 Tage : 1 Tag = 63 Arb. : 9 Arb.

oder:

3 Stk. : 189 Stk.
7 Tage : 1 Tag.

21 : 189 = 1 Arb. : 9 Arb.

2) Es brauchen 4 Mann zur wöchentlichen Unterhaltung 13 Gulden, wie viel werden wohl 12 Mann in 6 Wochen nöthig haben? — Der gefundene Quotient 234 ist das gesuchte Glied, und die Rechnung selbst ist folgende:

4 Mann

4 Mann : 12 Mann = 13 Gulden.
1 Woche : 6 Wochen.

4 : 72 = 13
13
216
72
4|936|134 Gulden. Facit.
8::
13:
12:
16
16
0

§. 106.

Von der Regel de Tri ist die **Kettenregel**, oder diejenige Rechnungsart, aus mehr als drey bekannten Gliedern ein unbekanntes zu finden, nicht viel unterschieden. Sie wird in Fällen angewendet, wo mehr Umstände sind welche das unbekannte Glied verändern, und die Regel de Tri braucht man, wo das unbekannte Glied nur durch einen Umstand verändert wird. In der Kettenregel sezt man alle bekannte Verhältnisse unter einander, mul-

tipliciret alle erste und alle zweyte Glieder durch einander, betrachtet das Product aus allen ersten Gliedern als das erste, und das Product aus allen zweyten Gliedern als das zweyte Glied, macht das unbekannte Glied zum lezten, und verfährt in Erfindung desselben, wie bey der Regel de Tri, denn alsdenn ist sie von derselben nicht mehr unterschieden. Auch ist von der Kettenregel zu bemerken, daß solche ebenfalls in die gerade und umgekehrte Kettenregel eingetheilet wird. Von beyden Arten sollen hier Beyspiele folgen.

§. 107.

Exempel der geraden Kettenregel.

1) Wenn 2 Arbeiter in 3 Tagen, wenn sie acht Stunden des Tages arbeiten, 9 Gulden verdienen können, wie viel werden wohl 10 Arbeiter, wenn sie des Tages 12 Stunden arbeiten, in 6 Tagen verdienen können? Die Rechnung selbst ist folgende:

2 Arbeiter :	10 Arbeiter	= 9 Guld. :	45 fl.
3 Tage :	6 Tage	= 45 Guld. :	90 fl.
8 Stund. :	12 Stund.	= 90 Guld. :	135 fl.

oder

oder:

2 Arbeiter	:	10 Arbeiter
3 Tage	:	6 Tage.
8 Stunden	:	12 Stunden.
48	:	720 = 9 Guld. : 135 Gld.

2) Ein Capital von 450 Gulden, gibt zu 4 pro Cent gerechnet, in 3 Jahren 54 Gulden Interesse, wie viel wird ein Capital von 810 Gulden, welches zu 5 pro Cent jährlich ausgeliehen worden in 8 Jahren Interesse geben? Die Rechnung ist demnach wieder folgende:

450 fl. Capital	:	810 fl. Capital
4 pro Cent	:	5 pro Cent
3 Jahre		8 Jahre
5400 :		31400 = 54 : 224 fl. Int.

§. 108.

Exempel der umgekehrten Kettenregel.

1) Wenn 6 Arbeiter in 6 Tagen 12 Morgen Felder Korn schneiden können, wenn sie

des Tages 8 Stunden arbeiten, wie viel Arbeiter werden wohl zu Feldern von 108 Morgen erfordert, die des Tages 12 Stunden arbeiten, um solche in 10 Tagen zu schneiden? Die Rechnung ist folgende:

12 Morgen	:	180 Morgen
10 Tage	:	6 Tage
12 Stunden	:	8 Stunden
1440	:	8640 = 6 Arb. : 36 Ar.

2) Es können in 3 Tagen 6 Arbeiter einen Graben, der 4 Fuß breit und 2 Fuß tief ist, 40 Fuß weit fortführen, wie weit werden 20 Arbeiter einen Graben, der 6 Fuß breit und 5 Fuß tief ist, in 4 Wochen fortführen? — Hier müssen die Wochen in Tagen angesezet und als 24 Tage gerechnet werden, weil in einer Woche nur 6 Tage gearbeitet wird. Die Rechnung selbst ist folgende:

6 Arbeiter	:	20 Arbeiter
6 Fuß Bre.	:	4 Fuß Breite.
5 Fß. Tiefe	:	2 Fuß Tiefe
3 Tage	:	24 Tage
540	:	3840 = 40 Fuß Länge :
		$284\frac{4}{9}$ Fuß Länge.

§. 109.

§. 109.

Endlich gehöret auch noch zur zusammengesezten Regel de Tri, die sogenanute Gesellschafts-Rechnung, welche wieder in die eigentliche Gesellschafts-Rechnung, in die Vermischungs-Rechnung und in die Falsi-Rechnung eingetheilet wird.

§. 110.

Von der eigentlichen Gesellschafts-Rechnung ist zu merken, daß die zusammen gelegten Gelder oder andere Sachen in eine Summa gebracht, diese Summa aber mit den Eingelegten eines ieden von der Gesellschaft und dem Gewinne oder Verluste in so viele Proportionen gebracht, als zu der Gesellschaft Leute gehören, und zwar in einer ieden dieser Proportionen das vierte Glied gesuchet werden müsse. Die gefundenen Glieder geben den Gewinn oder Verlust eines ieden nach dem Verhältniß dessen, was er eingeleget hat; und daß diese Rechnung wieder in die einfache sowohl, als in die doppelte Gesellschafts-Rechnung eingetheilet wird. Von beyden Arten folgen hier Beyspiele:

Exempel

Exempel der einfachen Gesellschafts-Rechnung.

1) Es kaufen 2 Freunde ein Landguth für 16000 Gulden, wozu der Eine 12000 und der andere 4000 gegeben hat, und beziehen davon jährlich 860 Gulden, wie viel bekommt ein ieder? Die Summa der gefundenen vierten Glieder, muß allemahl, wenn es richtig gerechnet worden, dem dritten Glied gleich seyn. Die Rechnung ist folgende:

Der Eine hat dazu gegeben 12000
Der Andere — — — — 4000
Summa 16000 Guld.

16000 fl. : 12000 fl. = 860 fl. : 645 fl.
Antheil des Einen.

16000 fl. : 4000 fl. — 860 fl. : 215 fl.
Antheil des Andern.

2) Zur Errichtung einer Handlung schiessen 4 Kaufleute 6000 Gulden, der Eine gibt 1800, der andere 1500, der dritte 1450 Gulden, und der vierte 1250 Gulden, und gewinnen

winnen damit 2500 Gulden, wie viel bekommt ein ieder Theil Gewinn? — Die Rechnung ist wieder die nemliche:

Der Erste hat gegeben		1800
Der Andere	— —	1500
Der Dritte	— —	1450
Der Vierte	— —	1250
	Summa	6000 Gulden.

6000 fl. : 1800 fl. = 2500 fl. : 750 fl.
Gewinn des Ersten.

6000 fl. : 2500 fl. = 2500 fl. : 625 fl.
Gewinn des Andern.

6000 fl. : 1450 fl. = 2500 fl. : 604 $\frac{1}{6}$ fl.
Gewinn des Dritten.

6000 fl. : 1250 fl. = 2500 fl. : 520 $\frac{5}{6}$ fl.
Gewinn des Vierten.

Eempel der doppelten Gesellschafts-Rechnung.

1) Es schießen drey Kaufleute eine Summa von 1600 Gulden zusammen, der erste gibt

giebt 700 Gulden auf 4 Monath, der andere 500 Gulden auf 2 Monath, und der dritte 400 auf 8 Monath, und gewinnen damit 200 Gulden, wie wiel kommt auf einen ieden Theil? — Hier müssen zu erst die bestimmten Zeiten mit den Eingelegten, worauf sie einen Bezug haben, multipliciret, und alsdann erst in so viele Proportionen, als nöthig, gebracht, und zu ieder Proportion das vierte Glied gesucht werden, als:

700 Guld.	×	4 Monathe	=	2800 Gulden.
500 —	×	2 — —	=	1000 — —
400 —	×	8 — —	=	3200 — —
		Summa		7000 Gulden.

7000 : 2800 = 200 fl. : 80 fl. Gew. d. Erst.
7000 : 1000 = 200 fl. : $28\frac{4}{7}$ fl. —— And.
7000 : 3200 = 200 fl. : $91\frac{3}{7}$ fl. —— Drit.

2) Es pachten drey Fleischer eine Wiese für 60 Gulden, und weiden darauf ihre Schaafe, der eine hat 50, der andere 30, der dritte 20 Stück, und der erste läßt sie 4, der andere 6, der dritte 3 Wochen lang darauf

gehen

gehen, wie viel muß ein ieder zu den 60 Gulden Pachtgelde geben? — Die Rechnung ist wieder folgende:

50 Stück	×	4	=	200
30 ——	×	6	=	180
20 ——	×	3	=	60
				440

440 : 200 = 60fl. : $27\frac{3}{11}$fl. Pachtg. d. Erst.
440 : 180 = 60fl. : $24\frac{6}{11}$fl. —— —— And.
440 : 60 = 60fl. : $8\frac{2}{11}$fl. —— —— Drit.

§. 111.

Die Exempel der Vermischungs-Rechnung können auf die Art, wie die Gesellschafts-Rechnung gerechnet werden, wenn nur die Vermischung Materien, als etwas eingelegtes, und die gegebene Menge oder Größe, als ein Gewinn oder Verlust betrachtet wird. Z. E.

1) Es werden zum Schiesspulver auf 1 Pfund Salpeter 6 Loth Kohlen und 4 Loth Schwefel erfordert, wie viel muß von jeder dieser

dieser einzeln Materien genommen werden, wenn man 50 Pfund Pulver machen wollte? Hier werden die drey verschiednen Materien in eine Summa und in ihre gehörige Proportion gebracht, als:

Salpeter	32 Loth
Kohlen	6 Loth
Schwefel	4 Loth
Summa	42 Loth

$42 : 32 = 50 : 38 \frac{2}{21}$ ℔ Salpeter
$42 : 6 = 50 : 7 \frac{3}{21}$ ℔ Kohlen
$42 : 4 = 50 : 4 \frac{16}{21}$ ℔ Schwefel

2) Zu einer Harzmasse werden auf 3 Pfund Pech, 12 Loth Colophonium und 8 Loth Terpentin erfordert, wie viel wird man zu 80 Pfund nehmen müssen? Die Rechnung ist wieder folgende:

Pech	96 Loth
Colop.	12 Loth
Terpe.	8 Loth
Summa	116 Loth

§. 112.

Wenn endlich bey den Exempeln der Falsi-Rechnungen anstatt der unbekannten Grössen des Eingelegten Zahlen gesezet werden, welche gegen einander die gegebenen Verhältnisse haben: so können solche ebenfalls nach Art der eigentlichen Gesellschafts-Rechnung gerechnet werden. Folgende Exempel dienen zur Erläuterung. Z. E.

1) Ein Gewinst von 300 Gulden soll unter drey Personen nach Verhältniß ihres zusammen geschossenen Capitals, zu welchem der eine so viel als die beyden andern zusammen, der andere aber noch zweimal so viel als der dritte gegeben, getheilet werden, wie viel wird ein ieder bekommen? Hier ist es nur nöthig daß man drey willkührliche Zahlen annimmt, welche die gegebenen Verhältnisse des Eingelegten gegen einander haben, davon nemlich die erste so groß ist, als die beyden andern zusammen genommen, und die andere noch zweymal so groß ist, als die dritte. Z. E. 12, 9, 3, oder 4, 3, 1, oder 40, 30, 10, da nun die erste so groß ist, als die beyden andern zusammen, die andere aber noch zweymal so

groß ist, als die dritte; so zeigen diese Zahlen die Verhältnisse, nach welchen der Gewinst getheilet werden soll, eben so gut an, als ob man die eingelegten Summen wirklich wüßte. Dieses Exempel wird folgendermassen gerechnet.

Einlage des Ersten	12	als angenommene Zahlen
des Andern	9	
des Dritten	3	
Summa	24	

24 : 12 = 300 Gulden : 150 Gulden Gewinn des Ersten.

24 : 9 = 300 Gulden : $112\frac{1}{2}$ Gulden Gewinn des Andern.

24 : 3 = 300 Gulden : $37\frac{1}{2}$ Gulden Gewinn des Dritten.

2) Wenn eine Summa von 270 Gulden unter vier Personen soll getheilet werden, und zwey davon einer so viel als der andere, der dritte zweymal so viel, als die zwey ersten,

und

und der Vierte dreymal so viel, als die andern alle, bekommen soll, so ist die Frage: wie viel erhält ein ieder? — Auch da ist es willkührlich, was für Zahlen man annehmen will, nur müssen sie in gehöriger Proportion gegen einander stehen. Hier sollen folgende Zahlen 54, 12, 3, 3, angenommen werden, denn 54 ist dreymal so viel als die drey andern zusammen, die Zahl 12 ist zweymal so groß als die beyden lezten, und diese sind einander gleich. Die Rechnuug selbst ist folgende:

der Erste	54
der Andere	12
der Dritte	3
der Vierte	3
Summa	72

72 : 54 = 270 Gulden : 202 $\frac{1}{2}$ Gulden erhält der Erste.

72 : 12 = 270 Gulden : 45 Gulden erhält der Andere

72 : 3 = 270 Gulden : 11 $\frac{1}{4}$ Gulden erhält der Dritte.

72 : 3 = 270 Gulden : 11 $\frac{1}{4}$ Gulden erhält der Vierte.

3) Sollen 9 Gulden unter fünf Personen vertheilet werden, so, daß der zweyte noch einmal so viel als der erste, der dritte so viel als der erste und zweyte, der vierte so viel als die drey ersten, und der fünfte so viel als die andern zusammen bekäme, so müssen vorher die Gulden zu Kreuzern gemacht werden, weil die Summa der anzunehmenden Zahlen allezeit die Zahl 9 übersteigen würde. Die hier angenommenen Zahlen sind 1, 2, 3, 6, 12, doch könnten auch iede andere Zahlen gewählt werden, wenn sie nur in gehöriger Proportion mit diesen stehen. Die Rechnung ist also folgende:

Der Erste	1
— Andere	2
— Dritte	3
— Vierte	6
— Fünfte	12
Summa	24

24 : 12 = 540 : 270 Kr.	Antheil d.	Fünften
24 : 6 = 540 : 135 Kr.	— —	Vierten
24 : 3 = 540 : 67½ -	— —	Dritten
24 : 2 = 540 : 45 -	— —	Zweyten
24 : 1 = 540 : 22½ -	— —	Ersten

4) Soll

4) Soll eine Zahl gefunden werden, die zu ihrer Helfte, Drittheil und Viertheil gerechnet, einer bestimmten gegebenen Zahl gleich seyn soll: so darf man nur eine beliebige Zahl erwählen, solche zur Helfte, Drittheil und Viertheil theilen, und alsdann addiren. Gibt die Summa die bestimmte gegebene Zahl, welcher sie gleich seyn soll, noch nicht, so darf man solche nur in ihre gehörigen Verhältnisse mit der angenommenen sezen, so findet sich alsdenn die zu suchende Zahl von selbsten. Z. E. Es soll eine Zahl zu ihrer Helfte, Drittheil und Viertheil die Summa 80 geben, so nimmt man eine gewisse Zahl an, und theilet sie nach der Angabe, die gesuchte Zahl sey also hier 24, die Helfte davon ist 12, der dritte Theil 8, und der vierte Theil 6, die Summa dieser Zahlen ist 50; folglich der bestimmten Zahl 80 noch nicht gleich. Nun schließet man aber, wie sich funfzig zu 80 verhält, so verhält sich die angenommene Zahl 24 zu der gesuchten Zahl 38 $\frac{2}{5}$, welche man bekanntermassen findet, wenn man die Zahl 80 mit der Zahl 24 multipliciret und mit der Zahl 50 dividiret. Nun diese Zahl

$38\frac{2}{5}$ mit der Helfte $19\frac{1}{5}$, dem Drittheil $12\frac{4}{5}$ und Viertheil $9\frac{3}{5}$ addiret, gibt die bestimme Zahl 80, folglich ist $38\frac{2}{5}$ die gesuchte richtige Zahl.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Verbesserungen.

Seite	Zeile		
4	12	ließ	benannte und unbenannte statt bekannte und unbekannte.
5	20	ließ	Zehner statt zehner
8	15	ließ	eine Million Trillionen statt eine Million Trillion.
8	16	ließ	eine Million Quatrillionen statt eine Million Quatrillion.
12	1	ließ	Zifern statt Ziefern.
—	14	ließ	Tausendern statt Tausender.
16	23	ließ	Bedeutet statt bedeudt.
17	15	ließ	gilt 16 Gulden statt 15 Gulden.
20	5	ließ	366 Tage statt 365 Tage.
42	3	ließ	Multiplicators statt Multiplicatores.
43	8	ließ	Multiplicators statt Multipeicators.
45	17	ließ	vollkommen statt vollkomen.
50	7	ließ	vielmal statt wielmal.
65	6	ließ	17 Stunden statt 16 Stunden 36 Minuten statt 48 Minuten.
74	21	ließ	$\frac{1}{\frac{2}{3}}$ statt $\frac{1}{\frac{3}{2}}$

Seite	Zeile	
75	22	ließ multiplicirt statt multiplicet.
77	12	ließ werden statt werdeg.
85	8	ließ Multiplication statt Multiplea-tion.
86	4	ließ Man statt Wan
90	9	ließ theilet statt theitet.
92	10	ließ anhängen statt ahhängen.
110	21	ließ dividiret statt diwidiret.
116	1	ließ Proportion statt Proportipn.
117	23	ließ Proportion statt Proyortion.
120	23	ließ Factor statt Faetor.
122	19	ließ derselben statt dersellben.
125	22	ließ äusserster statt äussersten.
130	6	ließ dritten statt drittten.

BSB Bayerische StaatsBibliothek
MDZ Münchener DigitalisierungsZentrum Digitale Bibliothek

Degen, Johann Jakob Ludwig,

Kurzer Unterricht in der Rechenkunst Zum Gebrauch für die Jugend

Nürnberg 1789

Math.p. 104
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10081647-2
VD18 15298027